

ZESZYTY NAUKOWE WSEI
SERIA:
TRANSPORT I INFORMATYKA

6(1/2016)

ZESZYTY NAUKOWE
WYŻSZEJ SZKOŁY EKONOMII I INNOWACJI W LUBLINIE
SERIA: TRANSPORT I INFORMATYKA

Rada naukowa:

prof. zw. dr hab. inż. Andrzej Niewczas (ITS Warszawa)
prof. dr hab. inż. Zdzisław Chłopek (Politechnika Warszawska)
dr hab. inż. Tadeusz Dyr (Uniwersytet Technologiczno-Humanistyczny w Radomiu)
prof. Tatiana Čorejova (University of Žilina, Słowacja)
prof. dr hab. inż. Igor Kabashkin (Transport & Telecommunications Institute, Łotwa)
dr hab. inż. Grzegorz Koralewski (WSOWL, Dęblin)
prof. dr hab. Aleksander Medvedevs (Transport & Telecommunications Institute, Łotwa)
prof. Inga O. Prochenko (The Russian Academy of National Economy and Public Service
at the President of the Russian Federation)
prof. zw. dr hab. inż. Marek Stabrowski (WSEI w Lublinie)
prof. George Utekhin (Transport and Telecommunication Institute. Riga. Latvia)
prof. dr hab. inż. David Valis (University of Defence Brno, Republika Czeska)

Redakcja:

dr inż. Józef Stokłosa (Redaktor Naczelny), mgr Joanna Sidor-Walczak (Sekretarz Redakcji),
mgr Marek Szczodrak (Redaktor Techniczny)

Redaktorzy tematyczni:

prof. dr hab. inż. Jan Kukielka (Infrastruktura transportu),
dr hab. Grzegorz Wójcik (Informatyka),
dr hab. inż. Andrzej Marciniak (Modelowanie systemów transportowych),
dr inż. Mariusz Walczak (Mechanika, Inżynieria materiałowa)

Recenzenci:

dr hab. inż. Andrzej Adamkiewicz dr hab. inż. Tadeusz Cisowski, dr hab. inż. Paweł Drożdżel,
prof. dr hab. inż. Henryk Komsta, dr hab. inż. Marianna Jacyna, dr hab. inż. Marek Jaśkiewicz,
dr hab. inż. Zofia Jóźwiak, dr hab. inż. Grzegorz Koralewski, prof. dr hab. Anna Křižanova,
dr hab. inż. Andrzej Marciniak, prof. zw. dr hab. inż. Andrzej Niewczas, prof. dr hab. inż. Marek Opielak,
dr hab. inż. Marek Pawełczyk, dr hab. inż. Artur Popko, dr hab. Grzegorz Wójcik



Redaktorzy prowadzący:

Marek Szczodrak, Anna Konieczna

© Copyright by Innovatio Press Wydawnictwo Naukowe
Wyższej Szkoły Ekonomii i Innowacji w Lublinie.

Wszelkie prawa zastrzeżone. Kopiowanie, przedrukowanie i rozpowszechnianie całości
lub fragmentów niniejszej pracy bez zgody wydawcy zabronione.

Printed in Poland
Innovatio Press Wydawnictwo Naukowe
Wyższej Szkoły Ekonomii i Innowacji
20-209 Lublin, ul. Projektowa 4
tel.: + 48 81 749 17 77, fax: + 48 81 749 32 13
www.wsei.lublin.pl

ISSN: 2450-6699

Spis treści

Viktoriia Doroshchuk

- Transport system and transit potential of the state
- System transportowy Ukrainy i możliwości przewozów tranzytowych5

Mykola Holotiuk, Volodymyr Gavrysh

- Simulation of dynamic loads in elastic system heap machines
- Symulacja obciążeń dynamicznych w elastycznych systemach maszyn rolniczych. . .19

Evhen Tkhoruk, Olena Kucher

- Passenger road transport system of the region
- Pasażerski transport drogowy regionów Ukrainy.27

Michał Maj

- Unreal engine 4 jako narzędzie do tworzenia gier
- Unreal Engine 4 as a practical tool for the development games.35

Olena Nalobina, Olga Markova, Nazar Vasylchuk

- Using morphological analysis of the cutterbars design for sunflower harvesting
- Zastosowanie analizy i syntezy morfologicznej do projektowania maszyn do zbioru słonecznika45

Maria Szewczyk-Bartoszewska

- Alternatywna metoda wyszukiwania liczb pierwszych – szkic
- Alternative way to search for prime numbers.53

Michał Maj

- Zarządzanie pamięcią w technologii cuda
- Management computer memory in CUDA technology77

Viktoriia DOROSHCHUK

Department of Transport Technology and Technical Service, National University of Water and Environmental Engineering (Rivne, Ukraine)

TRANSPORT SYSTEM AND TRANSIT POTENTIAL OF THE STATE

SYSTEM TRANSPORTOWY UKRAINY I MOŻLIWOŚCI PRZEWOZÓW TRANZYTOWYCH

Summary

The article covers the main problems that hinder the provision increasing the volume and quality of demand for transport services. Features transit potential of Ukraine and the development of international transport corridors. The influence of the reform of the transport system on the development of Ukraine as a transit country and the ways of development of transit potential and improvement of its use.

Streszczenie

Artykuł wyczerpuje główny problem, którym jest przewidywanie wzrostu objętościowego zapotrzebowania na usługi transportowe. Przedstawiono potencjał transportowy Ukrainy i rozwój międzynarodowych korytarzy transportowych. Omówiono wpływ reform systemu transportowego na rozwój Ukrainy jako kraju tranzytowego.

Keywords: transit capacity, international transport corridors, transit, transport, transportation system

Słowa kluczowe: chłonność systemu, międzynarodowe korytarze transportowe, transport, system transportowy, tranzyt

1.1.1. Ukrainian transit potential

The transit potential of the country is the ability of the transport system and related institutional infrastructure to ensure smooth and safe transportation in this country of transit of goods and passengers from third countries without prejudice to the domestic and export-import traffic.

The development of transit potential of Ukraine is one of the priorities of the economy, as a prerequisite for economic growth and competitiveness not only transport but the entire economy of Ukraine.

According to the calculations of the British Institute of Randall, Ukraine has the highest rate in Europe transit potential due to its geopolitical position in Eurasia between Russia, Central Asia and Europe by a wide network of routes. [8]

The wide range of issues related to the development of practical recommendations for usage of transit facilities in the country are considered works of local scientists and foreign scientists, including Stechenko D.M., Kornienko V.V., Kolesnikov A., Ablova A., Bludov T., Burkyns'kyi B., V. Gerasimenko, Derhausova M., Dzhanhozhyna R., Zhukov E.A., Kirichenko L., A. Larin, Malyarchuk I., Mykhailovska A., Paschenko Y., Pyrozhkov S., Prayher D., L. Sokolova, Tkachenko N., Hahlyuk A., Y. Tsvetova, Chernega O. Yarosh O., and others. However, the majority of these developments concerns the transit potential of the country as a whole, the impact of reform on the development of transport system of Ukraine as a transit country paid insufficient attention.

Due to lack of regulatory framework and low investment potential of the transport sector increased wear of means, deteriorating their structure not provided adequate safety. All this in a highly competitive leading to the displacement of Ukrainian carriers with international transport market, reduces the quality of service of domestic enterprises and households, creating a real threat to economic security. According to this, it should be noted the main problems that hinder the provision increasing the volume and quality of demand for transport services, including:

- Lack of renewal of fixed assets, rolling stock for all modes of transport and road sector, the inadequacy of promising technological level requirements;
- Low level of inter-sectoral coordination in the development of transport infrastructure, leading to inefficient use of resources and reduce transport efficiency;
- A weak degree of use of the geopolitical position of Ukraine and the capacity of its transport facilities for international cargo transit through the territory of Ukraine;
- Irregular and ineffective updating of the legal framework that regulates the transport sector;

- Slow improvement of transport technologies and lack of connectedness with the production, trade, and customs warehouse technologies;
- Unacceptably low level of information transport process and transport information interaction with other sectors of the economy;
- Lack of effectiveness of the financial and economic mechanisms to stimulate the provision of investment on transport;
- The lag in implementation of state and industry programs in some of the activities of transport, transport engineering, building state border;
- Inefficient management and regulation of the transport sector;
- Low staffing policy;
- Inefficient tariff policy in transport;
- Inefficient use of state property in the transport sector.

All this requires the implementation of complex organizational, legal, economic, technical and technological measures designed both the short and the long term, which would ensure the development of the transport system in close conjunction with the processes occurring in the global and domestic economy, contributed to the development of productive forces and social mobility. [5]

Thus, the acceleration of solving these problems is important not only for the transport industry but also for the country as a whole, the effective functioning of industrial and social spheres, which largely provided stable and reliable work vehicles. In addition, the increased role of transport in the development of foreign economic relations, geopolitical realization of potential of Ukraine as a transit country. It should be noted that the transit allows efficient use of the reserves of national transport systems, encourage their expanded reproduction. As a result, becomes of transportation equipment, activates roads and points of cargo handling and related facilities, new jobs.

One of the main areas of the transport policy in the world in recent years is the organization functioning and development of international transport corridors and their involvement in the international transport network. This is due to factors of globalization, new scientific and technological revolution, global integration processes.

The international transport corridors (ITC) is a set of different modes of transport, providing significant cargo and passengers to areas of greatest concentration. Transport corridors act as blood vessels in international integration processes.

The territory of Ukraine is a point of intersection of the Eurasian geo-economic system of coordinates North-South (Meridian) and East-West (parallel). Figure 1. Posted flow of some strategically important transport corridors through Ukraine. Apparently, these four strategic directions developed:

- Central Europe – CIS countries;
- South Europe, Middle East, Africa – CIS countries;

- Scandinavia, Baltics, Middle East, Caucasus and Central Asia;
- Northern Europe – Central Asia, China, Far East (Figure 1.).

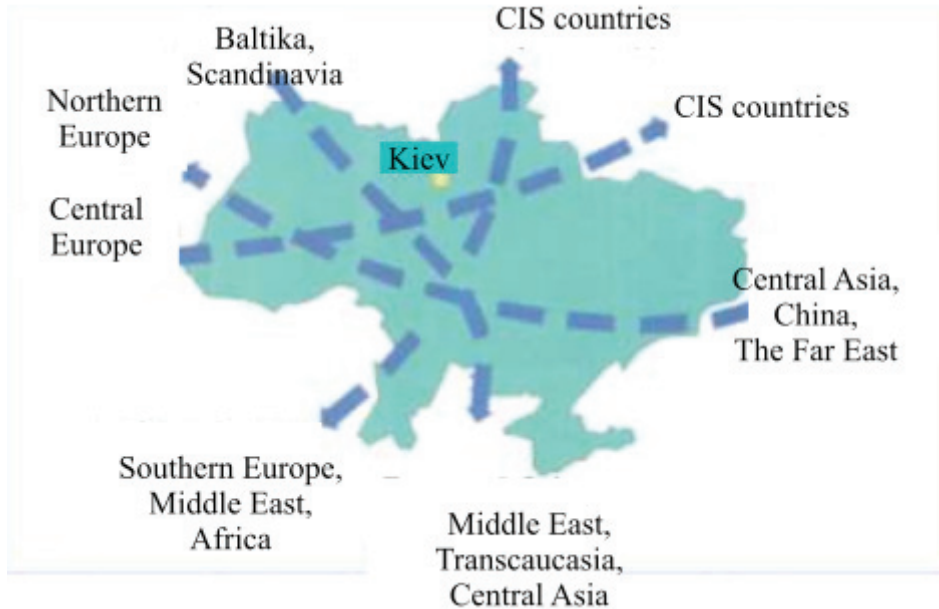


Fig. 1. Scheme of strategically important transport lines that pass through Ukraine

As you can see, place is more than convenient, you just have to know how to use it. The most important thing is to find mutual understanding with our neighbors and expand the accumulated positive experience of cross-border cooperation. Using its geopolitical position is beneficial. Ukraine has all probabilities to turn their country into Tran's communicative system that would unite the east and west, north and south markets Eurasian geo-economic space (transit potential).

National network of international road transport corridors Ukraine include:

- Pan-European transport corridor №3 (Krytskyi №3) – Krakivets-Lviv-Rivne, Zhytomyr, Kyiv;
- Pan-European transport corridor №5 (Krytskyi №5) – Chop / Uzhorod-Lviv-Stryi;
- Branch 5a – Storozhnytsia-Uzhorod, Mukachevo;
- Branch 5b – Kosyno-Mukachevo;
- Pan-European transport corridor №9 (Krytskyi №9) – Novi Frolovychi – Chernihiv – Kipti – Kyiv – Lyubashivka – Platonove;
- Branch 9a – Lyubashivka Odessa / Ilchivsk;
- Branch 9c – Bachivsk-Kipti;

- Europe – Caucasus – Asia (TRACECA) Europe-Asia – Krakivets-Lviv-Rivne, Zhytomyr, Kyiv-Kharkiv-Poltava Debaltsove Izvaryne;
- Odessa-Gdansk (Baltic Sea, Black Sea) – Yahodyn-Kovel-Luts'k, Ternopil, Khmelnytskyi, Vinnytsia Uman-Odessa / Ilchivsk;
- BSEC – Reni, Izmail, Odesa, Mykolayiv, Kherson Metiopol-Berdyansk-Mariupol-Novozavovsk;
- Eurasian – Odessa-Nikolaev-Kherson-Dzhankoy, Kerch [2]

The total length of the national network of MTK is 3.2 thousand. Km. This network carrying more than 60% of all goods in transit.

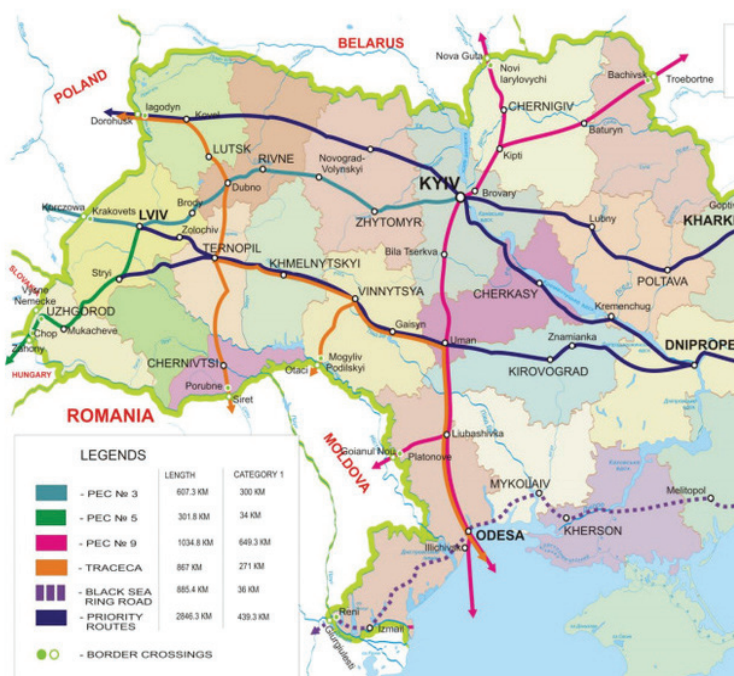


Fig. 2. The network of international transport corridors including those that pass through Ukraine

One of the most important components of economic potential is a potential transit during which proposes to understand the capabilities and capacity transport system to make international transit through its territory.

The necessity as a form of transit traffic is caused by the following factors: the uneven distribution of natural resources, especially high concentrations of certain types of resources in some countries and the acute shortage in others; the need to diversify the material and energy resources as the development of production; development of trade relations; relative shortage of consumer goods (natural reso-

urces, capital goods), production (extraction), supply and storage are appropriate in the present; specialization of individual countries in the production of goods and so on.

Although today the transit sector in Ukraine generally meets only basic needs of economy and population in traffic, safety, quality and efficiency of passenger and freight, energy efficiency, environmental impact does not meet modern requirements. Low is the level of customer service, not use existing transit potential. There is a lag in the development of transport infrastructure, transport and logistics technologies, multimodal transport, containerization levels, which leads to a high proportion of transport costs in the production costs.

The main factors that hinder the development of transit cargoes in Ukraine. There is disorder of the control system of goods at the border and collection fees, the high cost of services provided by customs brokers, control services and transport terminals; numerous bureaucratic obstacles in the design of transit; slow delivery of goods; unfavorable criminal situation; lack of comprehensive, including information, service towards transit, and lack the complex regulations governing transit and their forwarding service).

Inconsistency national infrastructure Ukraine modern European transport systems reduces the potential for economic development of our country, prevents the formation of a unified Europe, though separated in the center of a large area of the territory of a framework for the transport of cargo flows. [9]

Features of transit are the combination and balance the interests and efforts of various countries; to provide to international agreements; dependence on other sectors of the economy and the situation of international markets; direct connection with the realization of geopolitical and geo-economic strategy circumstances. Established most important components of transit potential. Industrial, communication, social, labor, organizational, institutional capacity and potential service system.

One of the major characteristics of transit is a high proportion of state ownership and a high level of government regulation, implemented by conducting transport policy aimed at sustainable transport system operation and optimization of transit potential. The development of transport corridors in Ukraine will be effectively used in the convenient geographical position of our country on the map of Europe, which, in turn, will help to create new jobs; significantly increase the number of orders Ukrainian companies, and most importantly, it will raise the investment attractiveness of the infrastructure developing, it will provide the status of Ukraine as a transit country, will contribute to the integration of the national transport system into the international transport system and implementation of the national strategic interests.

2. The development of Ukraine as a transit country

Ukraine's transit position is one of features of the national market attractiveness for foreign investors and manufacturers. Interstate transit through Ukrainian territory is a significant national resource that is currently not used in full size. [1]

By 2014 through Ukraine went transit of 101.99 million tons of cargo, which is 15% less than in 2013. The main groups of goods in transit are energy materials, oil and oil refining products, ores, slag and ash, fertilizers, inorganic chemicals, salt, sulfur, plastering materials, cement, non-ferrous metals. The dynamics of transit for several years is shown in Table 1.

Tab. 1. Transit of goods by type of transport (tons) *Source: [own research].*

Type of vehicle	Dynamics transit					
	2009	2010	2011	2012	2013	2014
All	178134,07	152353,78	151242,98	124893,91	120126,59	101993,37
automobile	3354,20	4649,12	5011,20	4850,03	5584,97	5863,86
river	-	-	-	7,58	2,16	-
railway ¹	44834,64	44511,77	48669,54	40940,14	32983,02	29398,29
marine ²	1899,38	3660,41	3912,07	1637,72	1519,33	797,25
air	1,17	1,58	2,81	2,99	0,77	1,16
pipeline ³	127981,74	99440,26	93119,52	76978,38	79249,24	65796,20
other ⁴	62,94	90,64	527,84	477,07	787,10	136,61
other – unspecified type of transport	38,26	58,77	495,20	428,88	738,60	-

1 Apart from road to rail vehicles.

2 Uploaded goods in containers or without them.

3 Heavy Vehicles – pipelines, power lines, etc..

4 Road vehicle in a railway carriage railway carriage on ships, unaccompanied trailer or semi-trailer on sea-going ship, mail, river vessel on sea vessel, self-propelled road transport, «hand luggage» unknown mode of transport.

As shown in Table 1 for six years, a decrease of transit through the territory of Ukraine, including rail and pipelines that take the lion's share in transportation of transit cargo. However, the transit of goods by road every year there is a tendency to increase. Only in 2012, the transit of goods by all modes of transport decreased.

You can highlight the following causes of decline:

- Reduction in global demand due to the economic crisis;

- Policy, which aims to develop and download their own port facilities, including the Russian Federation;
- Changes in the market for certain goods. (Yes, stagnant markets ferrous metals consumption is reduced raw materials such as iron and ores that form the basis of transit traffic. The unfavorable economic situation in the segment of fertilizers and projected for the coming years. The global coal market has been a steady trend towards purchasing Colombian and South African coal, which reduces export of and as a result, a negative impact on Ukrainian transit) [3].

You can also add a factor as obsolete fixed assets, which provide transit potential of Ukraine (transport, transport routes, tracks, rail transport, etc.). Transport is one of the important sectors of the economy effective functioning of which is essential to the expansion of trade and economic relations, the needs of the population and social production in traffic and, as a consequence, the guarantee sustainable economic development. In this connection, the level of the state transportation system is one of the most important features of its technological progress and civilization. The structure of the transport system are public transport (rail, sea, river, road and air, and urban electric transport, including metro); industrial railways; departmental transport; pipelines; railways public. [5]

To assess the impact of transport systems in the transit potential of Ukraine consider the dynamics length of Railways public for a certain period (Table 2).

Tab. 2. Length of Railways public (at the end of the year, thousand km) *Source: [own research].*

	2000	2005	2010	2011	2012	2013	2014
The operational length of railways ¹	22,3	22,0	21,7	21,6	21,6	21,6	20,9
Operating length of river shipping routes	2,4	2,2	2,2	2,1	2,1	2,1	1,6
The length of roads ²	169,5	169,3	169,5	169,6	169,7	169,6	163,0
are paved	163,8	165,0	165,8	166,0	166,1	166,1	159,5
Operating length of trolleybus lines (in odnopushtnomu year)	4,3	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	3,6
Operating length of tram lines (in single-year)	2,1	2,1	2,0	2,0	1,9	1,9	1,8
Metropolitanivskyh operational length of tracks (in the double-track year), km	91,7	101,5	108,4	109,9	110,8	112,3	112,3

1 Data IPU Ukraine «Ukrzaliznytsia» Ministry of Infrastructure of Ukraine.

2 The data of the State Agency of highways of Ukraine (Ukravtodor) Ministry of Infrastructure of Ukraine.

After analyzing the dynamics of the operational length of railways and river shipping routes, we can conclude that every year there is a tendency to reduce them, in turn, to some extent affected the reduction of transit data paths. But the length of roads, including paved over a period of increases (except 2014), resulting in increased transit road. So noticeable direct correlation above parameters.

The length of the pipelines of common use at the end of 2014 amounted to 45.3 thousand km. The main indicators of the carriage of goods transport include traffic volume and turnover (Table 3, 4, excluding the temporarily occupied territory of the Autonomous Republic of Crimea and in Sevastopol.).

Tab. 3. Transportation of goods by type of transport (million tons) *Source: own research*.

Type of vehicle	2010	2011	2012	2013	2014
railway	426	461	431	436	386
marine	3	3	3	3	3
river	7	6	4	3	3
automobile ¹	1139	1227	1235	1236	1131
air	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
pipeline	152	153	127	125	100

¹ Given the traffic made for their own use, and commercial freight traffic carried by individual entrepreneurs.

Figure 3 shows the dynamics of cargo transportation by all modes of transport in 2010–2014.

million tons

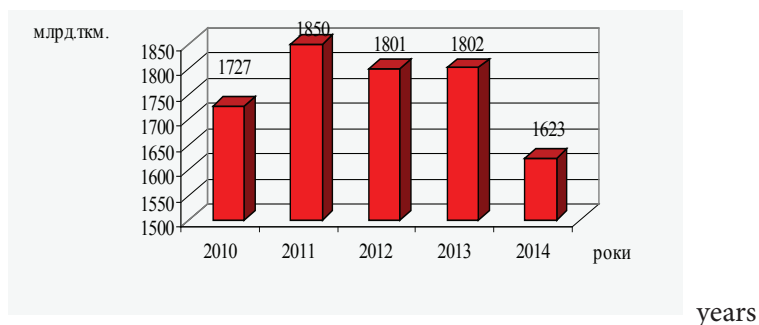


Fig. 3. The dynamics of cargo transportation by all forms of transport *Source: own research*.

Tab. 4. Freight by mode (billion ton-kilometers)

Type of vehicle	2010	2011	2012	2013	2014
railway	212,1	237,7	232,4	219,5	210,2
marine	5,0	4,9	3,5	3,2	4,1
river	3,8	2,2	1,7	1,4	1,3
automobile ¹	52,8	56,3	56,4	57,4	56,0
air	0,4	0,4	0,4	0,3	0,2
pipeline	137,0	136,5	111,5	111,4	81,8

¹ See. footnote to Table. 3.

Figure 4 presents the dynamics of freight, made all modes of transport in 2010–2014.

billion ton-kilometers

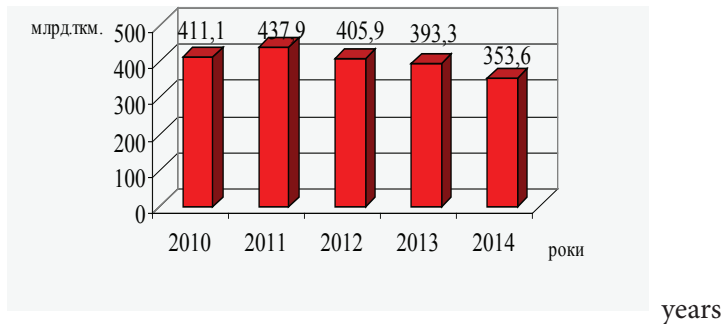


Fig. 4. Dynamics of freight turnover, made all modes of transport Source: own research]

Total traffic volume and turnover, like transit, decreased during the period, the same trend is observed separately for all modes of transport, in addition to road and air, where traffic volumes grow and carriage turnover only in 2014 reduced.

Tab. 5. Rolling by mode and purpose (end of year)

	2000	2005	2010	2011	2012	2013	2014
Rail transport, units ¹							
Diesel	2741	2572	2539	2513	2424	2320	2152
Electric	1796	1797	1861	1858	1824	1765	1720
Steam	140	66	51	40	37	36	24
Freight wagons, thousands ²	185,7	150,3	120,6	111,9	125,2	116,1	111,5
of them							
covered	21,0	18,3	12,0	10,4	10,0	8,0	7,5
platforms	16,2	12,5	8,6	7,5	6,9	6,2	5,8
gondola	82,5	64,4	59,6	58,0	58,3	52,9	50,6
tanker	17,8	14,3	9,6	9,5	10,5	10,2	9,9
refrigerators	4,1	1,1	0,3	0,3	0,5	0,5	0,5
Passenger cars, thousands.	9,0	7,9	7,3	7,1	6,8	6,2	5,4
of them							
soft	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3
tough-open	4,6	3,9	3,6	3,6	3,5	3,2	2,7
hard-compartment carriage	2,7	2,5	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9
regional	0,3	0,6	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2
dining cars	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
baggage, postal and baggage	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,05	0,04
Road transport, th. ³							
Lorries ⁴	837,5	888,5	945,2	1337,9	...	...	...
of them							
onboard	286,4	308,9	307,7	302,9	...	...	...
dump	245,5	208,0	199,8	207,2	...	...	...
vans	96,1	X	X	X	X	X	X
refrigerators	2,0	X	X	X	X	X	X
tanker	53,3	X	X	X	X	X	X
Plate carriage, pipe, timber	2,1	X	X	X	X	X	X
saddle tractors	52,2	71,5	99,5	119,6	...	...	...
pickups and vans							
on the chassis							
cars	88,9	X	X	X	X	X	X

Special trucks	X	300,0	338,2	708,2	...	...	...
Of the total number – trucks							
Trucks privately owned	290,7	349,7	479,2	795,6	...	...	...
School buses	140,2	167,9	171,5	249,7	...	...	...
are privately owned	46,1	90,2	101,9	120,7	...	...	...

1 inventory data IPU Ukraine „Ukrzaliznytsia”.

2 Since 2012 – to the number of their cars owned enterprises directly subordinated Railways.

3 By 2001, information on the number of vehicles going by government statistics from legal entities owners of vehicles, information on availability of cars from private owners received regional departments of GAI. Since 2002 – Information STI of MIA of Ukraine as of August 1, in 2009 – as of December 16, 2011 Year – on 1 January 2012.

4 By 2001, the trucks belonged flatbed, dump trucks, vans, trailers, tanks for food and fuel, plate carriage, pipe, timber, saddle tractors, pickups and vans on the chassis of cars and others, 2002 – flatbed, dump trucks, saddle tractors and special vehicles (vans on the chassis of trucks, tanks food, refrigerators, fire, irrigation, cranes, fuel tankers and fuel tanks, etc.).

For 2014, exports of goods amounted to 53913.5 million. US imports – 54,381.8 million. Compared to 2013 exports declined by 13.5% (to 8,392.4 mln.), Imports – by 28.3% (by 21,452.8 mln.). The negative balance was 468.3 million. (With 2013 negative – 13,528.7 mln.).

The formation of the negative balance of some affected product groups: mineral fuel, oil and refining products (13,103.7 mln.), Plastics, polymers (2,462.9 mln.), Pharmaceutical products (2,217.1 million .), ground transport vehicles, except rail (2,157.8 mln.), mechanical equipment (1,936.4 mln.), electrical machinery (1,124.2 mln.).

The coverage ratio of export import was 0.99 (in 2013 - 0.82). Foreign trading contracts with partners from 217 countries.

Exports of goods to EU countries amounted to 17,004.7 mln., Or 31.5% of total exports, and increased compared to 2013 at 431.2 mln., Or 2.6% (in 2013 – 16,573.5 mln., or 26.6%).

Most European and other countries effectively, using public interest in an advantageous geographical position, in particular in terms of filling the state budget through the provision of transit. Transportation of goods in transit through its territory is an important source of export services, foreign exchange revenue, creating jobs. In countries carrying transit goods, formed a significant proportion of added value, which is a source of income corresponding budgets. Therefore, the receipt of payments from transit are stable sources of revenues to budgets of all levels. However, in Ukraine, these figures remain low.

Transit allows efficient use of the reserves of national transport systems, encourage their expanded reproduction. As a result, becomes of transportation equ-

ipment, activates roads and points of cargo handling and related facilities, new jobs. [3].

Based on research and essential structural characteristics of transit potential, their analysis and evaluation of the problems identified can be determined the following ways of development of transit potential and improve its use for further development of a national network of ISTC; improving transport technologies using logistics approaches and the development of transport and storage facilities; increasing the speed and capacity of transport networks, development of inter-modal transport; development of a system of forwarding services, improve service quality, speed up customs procedures, creating a reliable material carriers.

Implementation of these development paths and transit potential will contribute to strengthening competitiveness Ukrainian carriers, increase the volume of transit traffic and thus increase foreign exchange earnings to the budget revenues of Ukraine and enterprises of the transport complex that will improve their investment opportunities for future development.

Prospects for Ukraine as a transit country depends on ensuring increased competitiveness of its transit potential. The basis for improving the quality of management is to improve transit potential public strategies should be based on providing a high level of functionality of the transport sector, formation of competitive feasibility of transit, increase the economic efficiency of the transit sector.

Bibliography

- [1] Kolesnikov A. // Prospects for transit ports of Ukraine – 2007 – №5. – p. 17–19.
- [2] Kirichenko A. I., Market of transport services: analysis of key issues and priorities for the development of economy // Construction and Urban Development, Vol. 8, Number 2, 2012. – p. 131–136.
- [3] Road transport Ukraine: state, problems of development prospects: Monograph / State Road Transport Research and Design Institute; for the Society. Ed. A.M. Redziuk. – K.: DP “DerzhavtotransNDIproekt”, 2005. – 400 p.
- [4] Report on re tracking performance order of the Ministry of Infrastructure of Ukraine [electronic resource]. – Access: http://www.mtu.gov.ua/uk/alias_55/print/39677.html.
- [5] On Transport Law of Ukraine, November 10, 1994 // Voice of Ukraine. – 11 January 1995, №5.
- [6] Reports on the implementation of laws on the State Budget of Ukraine for 2000–2019 years. [Electronic resource]. Access: <http://www.minfin.gov.ua>.

- [7] Mamonov V. V., Formation of regional clusters as a tool of regional development: science. development / Vladimir Mamonov, Y. O Kutz, O. M. Makarenko and others. – K: NAPA, 2013. – 36 p.
- [8] Novikov A. M., Methodological foundations of Ukraine's transit potential: Dis. Dr. Sc. Sciences: 08.07.04 / National Aviation University. – K., 2004.
- [9] Braginsky V., Public administration of transit potential of Ukraine in the context of globalization Thesis. Dis. ... Candidate. state. Exercise. : 25.00.02 / V. Braginsky, NAPA. – K., 2014. – 23 p.

Mykola HOLOTIUK

Department of building, road, reclamation, of agricultural machinery and equipment,
Studying and Scientific Institute of Mechanical Engineering,
National University of Water and Environmental Engineering

Volodymyr GAVRYSH

Department of transport technology and technical services,
Studying and Scientific Institute of Mechanical Engineering,
National University of Water and Environmental Engineering

SIMULATION OF DYNAMIC LOADS IN ELASTIC SYSTEM HEAP MACHINES

SYMULACJA OBCIĄŻEŃ DYNAMICZNYCH W ELASTYCZNYCH SYSTEMACH MASZYN ROLNICZYCH

Summary

In this article the change of dynamic loads in elastic systems of the car is underlined. Simulated dynamic load dump elastic system by changing the external resistance as a function of speed that reduces the dynamic loads and reduce power inputs workflow are under research.

Streszczenie

Przedstawiono badania systemów dynamicznych maszyn rolniczych. Systemy mechaniczne posiadają właściwości tłumienia drgań i wibracji wskutek obecności tarcia wewnętrznego w parach kinematycznych. Zjawisko tłumienia drgań następuje częściowe rozproszenie energii drgań i przemiana w energię ciepłą. W referacie przedstawiono model podatnego układu roboczego maszyny rolniczej przy zmianach zewnętrznych obciążeń w funkcji prędkości, co pozwala na zmniejszenie obciążeń dynamicznych mechanizmu roboczego maszyny.

Keywords: dynamic scheduler, resilient system dump, tractor

Słowa kluczowe: ciągnik rolniczy, system tłumienia drgań, maszyna do planowania i zagęszczania gruntu

The problem and its connection with scientific and practical tasks

The dynamic elastic mechanical system is able to vibrate. These mechanical systems conventionally include lever, cams, gears, and friction mechanisms, mechanisms with flexible links, pneumatic and hydraulic mechanisms, electrical systems and electronic communications [1, 9].

Mechanical systems with electrical connections include machine units, in which there are transients caused by the control motor or generator.

Mechanical systems with electronic communication devices include machine-driven electronic devices, and these devices interact with the mechanical part assemblies and affect their work.

Depending on the complexity of dynamic systems, the number of degrees of freedom (number of independent coordinates) characterizes it; allow to determine their status at any fixed time [4, 6].

In dynamic systems, some or all links are resilient, e.g. deformable. This deformation links does not exceed the elastic limit. It is thanks to the properties of deformed elasticity, dynamic system tries to return to the position of stable equilibrium. This process is always accompanied by oscillatory movements.

Dynamic systems have also the property of damping vibrations. This feature prevents the development of oscillatory processes due to the presence of internal friction in kinematic pairs of structural materials and making up their chief parts [3, 7].

If the dynamic damping system relationships and consider only elastic connection can be neglected, then it is called conservative. In this idealized system during vibration mechanical energy remains unchanged.

If the dynamic system of mechanical energy decreases and there is the absence of external breach damped oscillations, then it is called dissipative. Such system has always a set of elastic and damping connections [5, 8].

Depending on the nature of elastic deformation dynamic parts, fluctuations in the past divided into longitudinal, lateral and torsional.

With unlimited coupling with soil ZTM engines are of two technological stages of operation: initial steady motion to recess the machine working body and working flimsy movement during digging. It is shown in Fig. 1.

In the first stage (Figure 1, a) machine with a present weight τ_{Π} moving at constant speed $V_{\text{нов}}$, overcoming prior to the digging resistance movement P_0 . This driving force is equal to the power $P_0 P_d$.

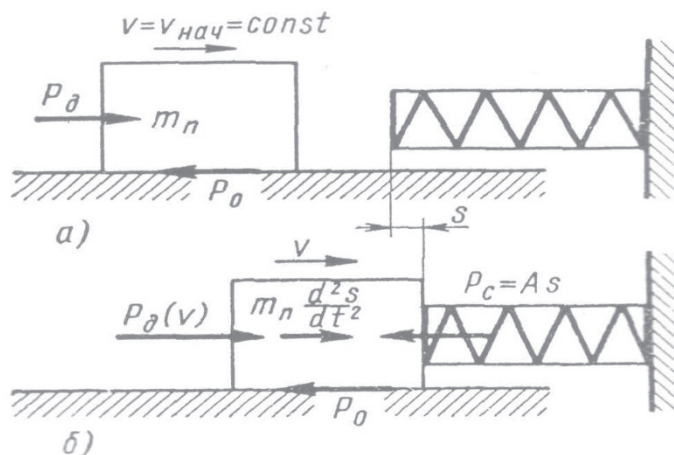


Fig. 1. Dynamic system diagram ZTM: a – before digging, b – digging in the soil

In the second stage (Figure 1, b) the resistance of digging P_c is represented as linear deformation resistance at soil and graphically interpreted as a spring with stiffness equal intensity increase resistance to A . Here it is taken

$$P_c = P_0 + A \cdot S \quad (1)$$

where S – coordinate movement.

Slipping drivers and driving force is not less traction ($P_d < T_\varphi$). We believe that the driving force is a function of speed: $P_d = f(\dot{S})$.

The equations of motion of the machine unit is the following:

$$P_d(\dot{S}) - P_0 - A \cdot S - m_n \cdot \ddot{S} = 0. \quad (2)$$

After conversion we have:

$$\ddot{S} + G \cdot \dot{S} + \frac{A}{m_n} \cdot S = D. \quad (3)$$

Constant factors G and D depending on the initial resistance P_0 and the nature of the change in driving force P_d . Its values are determined by formulas resulted in the monograph A.M. Holodova [2, 10].

Characteristic equation corresponding to equation (3), is as follows:

$$\alpha_{1,2} = -\frac{G}{2} \pm \sqrt{\frac{G^2}{4} - \frac{A}{m_{\Pi}}}. \quad (4)$$

If, $G^2 > \frac{4A}{m_{\Pi}}$ then

$$S_1 = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t} + \frac{D \cdot m_{\Pi}}{A}. \quad (5)$$

If, $G^2 < \frac{4A}{m_{\Pi}}$ then

$$S_2 = e^{-Gt/2} (C_3 \cdot \cos pt + C_4 \cdot \sin pt) + \frac{D \cdot m_{\Pi}}{A}, \quad (6)$$

where $p = \sqrt{\frac{A}{m_{\Pi}} - \frac{G^2}{4}}$ – frequency damped oscillation.

In practical calculations we have to deal with both of the solution.

To underline the following initial conditions: at $t = 0$ $S = 0$; $\dot{S} = V_{\mu}$.

It is important to denote that the initial speed of the transition from uniform motion to dig with increasing resistance can be expressed as:

$$V_{\mu} = D/G. \quad (7)$$

After finding arbitrary constant M and a series of transformations we have got:

$$S_1 = \frac{D}{G \cdot r} \left(-\frac{\alpha_2}{\alpha_1} e^{\alpha_1 t} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} e^{\alpha_2 t} \right) + \frac{D \cdot m_{\Pi}}{A}, \quad (8)$$

$$V_1 = \dot{S}_1 = \frac{D}{G \cdot r} \left(-\alpha_2 e^{\alpha_1 t} + \alpha_1 e^{\alpha_2 t} \right), \quad (9)$$

$$a_1 = \ddot{S}_1 = -\frac{DA}{m_{\Pi} \cdot G \cdot r} \left(e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t} \right), \quad (10)$$

where $r = 2\sqrt{\frac{G^2}{4} - \frac{A}{m_{\Pi}}}$;

$$S_2 = \frac{Dm_{\Pi}}{A} e^{-Gt/2} \left[\left(\frac{A}{G \cdot m_{\Pi} \cdot p} - \frac{G}{2p} \right) \sin pt - \cos pt + 1 \right], \quad (11)$$

$$V_2 = \dot{S}_2 = D \cdot e^{-Gt/2} \left(\frac{1}{G} \cos pt + \frac{1}{2p} \sin pt \right), \quad (12)$$

$$a_2 = \ddot{S}_2 = -e^{-Gt/2} \frac{AD}{G \cdot m_{\Pi} \cdot p} \sin pt. \quad (13)$$

The assignment ZTM dynamic analysis generally comes down to find the maximum acceleration in the process of digging ($a_{1\max}$ or $a_{2\max}$). This dynamic load on your body is:

$$F_{\max} = m_{\Pi} \cdot a_{\max}. \quad (14)$$

Thus, the main factors determining the dynamic loads in ZTM is digging initial rate, reduced weight machines and increase the intensity of support.

For operational planning and usage of trailer of semi mounted long base planners are provided. 'Weak link' in such machines is resilient system dump. It is the most dangerous emerging dynamic loads. To investigate this problem, it is considered the design scheme presented in Fig. 2.

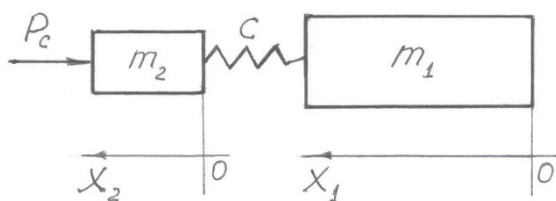


Fig. 2. Scheme of the dynamic system dump planner

Take on the following symbols: m_1 – weight planner working without authority; m_2 – reduced bulk dump; c – tightening elastic blade system; P_c – resistance force that leveled ground; x_1 and x_2 – coordinate the movement and the scheduler dump.

At low speeds the scheduler are:

$$P_c = \frac{P}{v} \cdot \dot{x}_2, \quad (15)$$

where P – is the largest resistance force at maximum acceleration speed machines v ; $\dot{\delta}_2$ – speed of the blade.

We assume that at the time of dispersal machine constant acceleration. Then the coordinates of center of mass will be as

$$x_1 = \frac{v \cdot t^2}{2t_1}, \quad (16)$$

where t_1 – acceleration time to nominal speed after stopping the car.
 m_2 – the form of mass equation of motion:

$$m_2 \ddot{x}_2 - (x_1 - x_2)c = -\frac{P}{v} \cdot \dot{x}_2. \quad (17)$$

Substituting the expression for x_1 , after the conversion it is obtained:

$$\ddot{x}_2 + \frac{P}{v \cdot m_2} \dot{x}_2 + \frac{c}{m_2} \cdot x_2 = \frac{v \cdot c \cdot t^2}{2m_2 t_1}. \quad (18)$$

We accept the following initial conditions: $t = 0$ $x_2 = 0$; $\dot{\delta}_2 = 0$.

Equation (18) is similar to the structure of the equation (17). Omitting a detailed solution, we find an expression for the desired dynamic load in an elastic blade system:

$$Q_{\bar{x}} = (\tilde{\delta}_1 - \tilde{\delta}_2) \tilde{n} = -\frac{\tilde{a}^{\alpha t}}{v \cdot c \cdot t_1 \cdot \beta} (\gamma \cdot \sin \beta t + \delta \cdot \cos \beta t) + \frac{P}{t_1} \left(t - \frac{P}{c \cdot v} \right) + \frac{v \cdot m_2}{t_1}, \quad (19)$$

where

$$\alpha = -\frac{P}{2vm_2} \quad ; \quad \beta = \sqrt{\frac{c}{m_2} - \frac{P^2}{4v^2m_2^2}} \quad ;$$

$$\gamma = \frac{P(v^2m_2c + P^2)}{2 \cdot v \cdot m_2} \quad ; \quad \delta = \beta(v^2m_2c - P^2).$$

Time (t) acceleration time t_1 limited and cannot exceed it.
Schedule function $Q_{\mathcal{H}} = f(t)$ is shown in Figure 3.

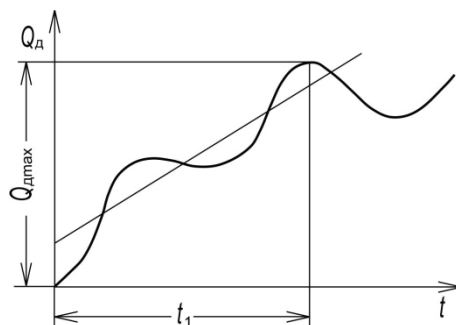


Fig. 3. Schedule elastic load dump system by changing the external resistance as a function of speed

Time t_m , corresponds to the maximum of $Q_{\mathcal{H}}(t)$, ie:

$$t_m = t_1 = \frac{1}{\beta} \arctg\left(\frac{\gamma}{\delta}\right). \quad (20)$$

then

$$Q_{\mathcal{H} \max} \cong \frac{e^{\alpha t_1} \sqrt{\gamma^2 + \delta^2}}{v c t_1 \cdot \beta} + P \left(1 - \frac{P}{c v t_1} \right) + \frac{v m_2}{t_1} \quad (21)$$

If the mass m_2 added to dynamic loading perceive static force Q_C , then the total maximum load in an elastic system dump will be:

$$Q_{\Pi. \max} = Q_{\mathcal{H} \max} + Q_C. \quad (22)$$

Conclusions. Analyzing the results, the dynamic load changing system scheduler changes with increasing load on the blade. The investigations make it possible to choose rational parameters of the elastic blade system scheduler to reduce dynamic loads.

Bibliography

- [1] Surianinov M.G., Theoretical Foundations of Machine Dynamics / Surianinov M.G., Dashchenko O.F., Belous P.A. – Odessa: Science and technology, 2004. – 292 p.
- [2] Dmytrychenko M.F., Dynamics of mobile machines with tractor-mounted functional elements. Monograph. / Dmytrychenko M.F., Vikovych I.A. – Lviv, Lviv Polytechnic National University Publishing House, 2008. – 496 p.
- [3] Lupychev L.N., Dynamics of complicated Systems – M: YFTP, 1993. – 154 p.
- [4] Kozhevnikov S.N., Dynamics unconventional processes in machines. – K.: Naukva Dumka, 1986. – 288 p.
- [5] Makaryants G.M., The instability of the pipeline due to transporting fluid's pressure ripples [Electronic resource] / G.M. Makaryants, E.V. Shakhmatov, A.B. Prokofiev, A.N. Kruchkov // Proceedings of the 28th International Congress of the Aeronautical Sciences (ICAS2012). Brisbane (Australia), 2012, 23–28 September.
- [6] Loveykin V.S., Analysis and synthesis modes of motion hoisting machines: Monograph / V. Loveykin, Y. Romasevych. – K: Komprint, 2012. – 298 p.
- [7] Kuznetsova V., Development the Scientific fundamentals of interaction of the Contact surface bodies zemleroynnyh workers with machines merzlymy.: dis text soils. Doctor. Sc. Sciences: 05.05.04 / V.N. Kuznetsov; SybADY. Omsk: SybADY, 2009. – 258 p.
- [8] Loveykin V., Results of scientific direction 'dynamics and optimization of traffic mechanisms and machines' / Loveykin V.S., Palamarchuk D.A., Mishchuk D.A. // engineering construction. – 2012. – № 29. – P. 4–10.
- [9] Zhelukevich R.B., Development of frozen soil digging machines with rotary tool: monograph / R.B.-Zhelu kevich. – Krasnoiarsk: Sib. Feder. University Press, 2012. – 196 p.
- [10] Machinery for earthworks: textbook / L. Khmara [et al.] for the Society. Ed.: L. Khmara, S. Kravets. – D.; Rivne; X: HNADU, 2014. – 546 p.

Evhen TKHORUK, Olena KUCHER

Department of transport technology and technical services, Academic and Research Institute
of Mechanical Engineering, National University of Water and Environmental Engineering

PASSENGER ROAD TRANSPORT SYSTEM OF THE REGION

PASAŻERSKI TRANSPORT DROGOWY REGIONÓW UKRAINY

Summary

In the article by analyzing the definitions of the term «transport system» it is defined the concept of passenger road transport system in the region, and its structure and components are described.

Streszczenie

W artykule przeanalizowano definicje pojęć systemu transportowego. Omówiono koncepcję pasażerskiego transportu drogowego w regionie, pokazano strukturę i składniki systemu.

Key words: transport system, passenger road transport system in the region, transport infrastructure of the region

Słowa kluczowe: system transportowy, pasażerski transport drogowy w regionie, infrastruktura transportowa regionu

1. Analysis of definitions of the term “transport system”

Without a reliable motor transport complex either economic development or preservation of political space cannot be made. The transport sector can be the basis for recovery and economic development of Ukraine. In particular, its favorable geographical location can be transformed into a geopolitical capital. This is consistent with the strategic goals of transforming Ukraine into economically developed country [1].

One of the most important features of technological progress is the level of the state transportation system. More amplifies the need for highly developed transport system during the integration into the European and global economy, the transport system is the basis for efficient entry of Ukraine into the world community. The problem of economic integration is a priority for Ukraine, and this fact that Ukraine is one of the biggest European countries, for which it is extremely important to integrate into Europe and cooperate with the members of the European Union. Functional Transport is to ensure the movement of goods and passengers through space and time. So it's characterized by territorial specificity, more than any other industry. The most important feature is the nature of space-network location of its facilities, which makes a close relationship with the territory, local production and settlement system. The density of the network capacity and traffic characterize a certain concentration of production and the degree of development of the territory, its potential and level of economic and social development.

An important part of the region's infrastructure is transport. From its effective functioning depends on the rhythm and efficiency of all enterprises in the region, as well as his social status. In modern conditions the transport complex is also the basis for the economic integration of regions, their inclusion in the international division of labor and the formation of new foreign relations. Essential to the effective development of the region has a developed transport system.

Today there is no standard approach to the meaning of this phrase. In the research sources provide various versions of the concept of «transport system» (Table 1).

Tab. 1. Definitions of the term “transport system” *Source: [author's achievements].*

№ o/o	Author, source	Definition of the term „transport system”
1	2	3
1	E. Alayev [2]	The transport network of one type of communication by which the transport operations are carried out according to a fixed amount, place and time routes. The system of one type of transport (or sectorial transport system) is the part of the transport system in the region. If these isolated systems have a common transport units and transport operations on their coordination, there is an integrated (or unified) transport system

2	O. Bogorad, O. Nevelev, B. Padalka, M. Pidmohilnyi [3]	Interconnected system operating in the country modes, which operation and roses round are systematically agreed in space and in time to ensure maximum satisfaction of transport needs of the population and sectors of the economy at minimum cost
3	Wikipedia [4]	The system of interconnected components (people who are involved in the transport process, infrastructure, vehicles, etc.) that is designed to transport anyone (anything)
4	V. Dykan[5]	The combination of air, road, rail, marine and pipeline transports, operating within a single system.
5	M. Kazanskyi [6]	The complex of interconnected objects (one or more modes of transport), intended for transportation. It includes transportation network, rolling stock and associated management structures.
6	E. Kachan [7]	There are territorial combination of interconnected modes of transport and transport industries of economic complex and the population in the infrastructure that meet the needs of different process of transporting goods and passengers.
7	R. Novak[8]	The network, which consisting of rail, road, air, water and other modes of transport and provides transportation of passenger and cargo.
8	A. Pokrovskiy [9]	This is organizational set of transport elements and links between them; considered only specific (certain) correspondence transportation, such as freight, as a resource without considering the entire process of production.
9	N. Pravdin [10]	This is set of communications, transportation and industrial equipment and machinery, controls and communication equipment of all transport forms, combined system of technological, technical, informational, legal and economic relationships that provide meet the needs of the economy in the carriage of goods and passengers.
10	S. Rezer [11]	The complex dynamic system to implement the transportation of goods and passengers, which is both economic, technical, technological and sociological aspects.
11	A. Rodnikov[12]	The system which intended for the transportation of passengers and goods, consisting of three components: vehicles, guides and operational planning.
12	Dictionary of economic terms „Finam” [electronic resource] [13]	The global transport system includes all communications, transport enterprises and vehicles in aggregate.
13	N. Troitska [14]	Transportation enterprises, vehicles and infrastructure management in the aggregate.

Analysis of definitions of the term «transport system» shows that the different authors and different sources offer different amounts of components of the transport system from one (such as transport) to three (transport, infrastructure, businesses and professionals serving the transportation industry). The last option is a combination of three components, the most close to reality because the vehicles by themselves or in combination with the existing transport infrastructure are not able to provide an effective process of transportation of passengers and goods without a specific control system. This point of view provides the most accurate and complete definition of «transport system» proposed by N. Troitska [14], who considers that part of the system should include vehicles, infrastructure, transport agencies, combined management process. Pravdin N. considers the totality of the transport system of communications, transportation and industrial equipment and machinery, controls and communication equipment of all transport forms combined system of technological, technical, informational, legal and economic relations, ensuring to meet the needs of the economy in the carriage of goods and

passengers. [10] E. Alayev concept clearly separates the transport system of the region and the sector of the transport system in the region (of one type of transport). [1]

2. Definition of passenger road transport system in the region and its structure

Passenger transport is the most important component of economic and social infrastructure of the city, region and state. Sustainable and efficient work of transport is a necessary condition for stabilization and recovery, improving working conditions and living standards. [15] Modern passenger transport provides transportation of people and their hand baggage and luggage in various types of communication. After analyzing the existing approaches to the definition of "transport system" (Table 1), we can define the following elements passenger road transport system in the region: the rolling stock; databases for maintenance and repair of rolling stock; human resources; transport infrastructure; facilities for communication management and organization of the transport process.

According to the laws of Ukraine, passenger automobile vehicle is a wheeled vehicle that is propelled energy source has at least four wheels designed for movement and cartage roads used for transportation people [24].

Human resources are personnel, which involved in the organization and execution of the transport process (experts in the field of transport, maintenance and repair of rolling stock, drivers, staff, etc.). This is specific and most important of all economic resources. As a factor in economic development, human resources include staff which has specific skills and knowledge and can use them in the labor process. [16]

Databases for maintenance and repair of motor vehicles are individual enterprises, stations and units trucking companies, which are aimed at maintaining motor vehicles in good technical condition and good appearance, reliability, efficiency, safety and environmental safety.

Means of communication, management and organization of the transport process are technical devices regulations (laws of Ukraine, orders, regulations, international conventions and agreements, etc.) and other means through which outline the communication, management and organization of the transport process.

Term «passenger motor vehicle», «human resources», «base maintenance and repair of vehicles», «communications, management and organization of the transport process», «organization and management of transportation process» are sufficiently clear and unambiguous interpretation in scientific literature. As for the «transport infrastructure» («infrastructure» comes from the Latin. «Infra» means "below, under"; «structura» means "structure, location"), the definition needs clarification, since at present there is no single approach to its content. (Table 2)

Tab. 2. Definitions of the term “transport infrastructure” *Source: [author’s achievements].*

Nº o/o	Author, source	Definition of the term „transport infrastructure”
1	2	3
1	Wikipedia [4]	This set of objects (enterprises, institutions) involved in the repair, reconstruction and building and operating maintenance of roads, bridges and other road routes. Transport infrastructure ensures equal availability and quality of roads and keeping them in good condition.
2	S. Maksimova [17]	There is an element of market infrastructure, integrates the production, distribution, circulation and consumption of a single chain, providing accelerated circulation of material, financial and information flows in the regional economy. It forms a spatial network structure, all elements are interconnected at the regional level and beyond.
3	O. Pikulyk [18]	Transport infrastructure in the region is a set of transport communications, facilities maintenance of passenger and cargo transportation, facilities maintenance and repair, providing conditions for the provision of transport services, i.e. the movement of goods and passengers.
4	Decree of Cabinet of Ministers of Ukraine [19]	The combination of facilities, systems, network connections all modes of transport that meet the needs of the population and production of passenger and cargo.
5	M. Poteeva [20]	The combination of material, personnel, organizational, financial, economic and regulatory conditions that shaped the country for sustainable and efficient transportation of passengers and cargo delivery in all aspects of the reproduction process.
6	O. Sokolova [21]	The set of transport routes and points of all modes of transport and auxiliary equipment aimed at the direct service roads and traffic points.
7	N. Tkachenko [22]	Transport infrastructure is a common of infrastructure elements (buildings, equipment) to ensure the functioning and operation of various types of transport (vehicles). Without such a material base for transporting freight and passengers is either impossible (e.g. railways for trains, stations for pumping oil pipelines, etc.) or uneconomical (e.g. highways for trucks and buses)
8	O. Fastovets [23]	The combination of routes means of transportation, management and communication, and complex technical structures and facilities can ensure their functioning.

After analyzing the definitions given in Table 2, we can see that all the authors refer to transport infrastructure network communications. Some authors believe that building facilities and ensure the maintenance of the network in good condition, is also part of the transport infrastructure. Maksimov S. called transport-logistic enterprises and organizations of transport infrastructure nodes [17] Pikulyk O. includes transport infrastructure facilities in service of passenger and freight transport and facilities maintenance, providing conditions for the provision of transport services [18] and O. Fastovets refers to the transport infrastructure, in addition to communications, and even means of transportation, management and communication, and complex technical structures and facilities can ensure their functioning. [23]

We support the idea that means of transportation, management and communication, as well as facilities for servicing passenger and cargo transport and maintenance are not appropriate to attribute to the transport infrastructure as part of the passenger motor of the region, these concepts are self-sufficient and are the individual subsystems transport system.

Consequently, transport infrastructure (as part of the passenger motor of the region) is a set of road routes, road construction, road service facilities, bus stations, bus stations, petrol stations, aimed at ensuring the transport process in the region.

Defining the concept of transport infrastructure can generate the following definition passenger road transport system in the region:

Passenger motor transport system of the region is a combination of passenger motor vehicles, databases for maintenance and repair of motor vehicles, transportation infrastructure, human resources, communications, management and organization of the transport process, the combined system of technological, technical, informational, legal and economic relations, ensuring the needs of the population in the carriage of passengers.

Based on this definition, you can build the structure of the sector passenger transportation system in the region (Figure 1)

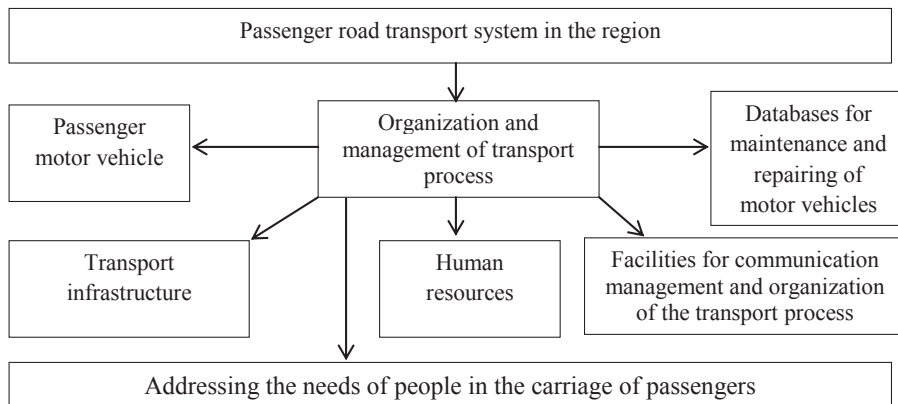


Fig. 1. Passenger road transport system in the region

Regional transport systems have their own peculiarities and specifics of functioning, diverse transport potential, needing a sort of organizational and economic mechanism for reconstruction.

The investigations definitions of transport system have theoretical significance for the improvement of this concept. The proposed definition of «passenger motor transport system of the region» and defined the structure allow to obtain

a comprehensive picture of such a system and create the basis for an objective assessment of its effective functioning.

Bibliography

- [1] Sapronov A., Challenges, risks and threats to national security in the transport sector [electronic resource]. – Access: www.nbu.gov.ua/portal/soc_gum/Dums/2010_3/10sovbts.pdf.
- [2] Alaev Ə.B., Social and Economic Geography: dictionary of terms / Ə.B. Alaev. – M.: Thought, 1983. – 350 p.
- [3] Regional Economy: Dictionary Directory / O.D. Bogorad, O.M. Neveliyev, V.M. Padalka, N.V. Pidmohylnyi; Ed. M.V. Pidmohylnyi. – K.: NDISEP, 2004. – 346 p.
- [4] Wikipedia – the free encyclopedia [Electronic resource] – Access: <http://uk.wikipedia.org/>
- [5] Dykan V.L., The efficiency of the transport system of Ukraine in conditions of globalization of economic systems / V.L. Dykan, N.V. Korin // Bulletin of Economics and transportation industries. – 2011 – number 33 – P. 13–19.
- [6] Kazanskyi N., Economic Transport Geography: Textbook for Universities / N.N. Kazanskyi, V.S. Varlamov, Halaburda V.G. – M.: Transport, 1991. – 280 p.
- [7] Kachan E.P., Productive forces of Ukraine: (placing branches transport sector) / E.P. Kachan, M.O. Kovtonyuk, M.O. Petryga; Ed. EP Plug. – K.: Vysch.shk., 1997. – 365 p.
- [8] Novak V.O., «Current perspectives of transport sector Ukraine» / electronic resource / Access http://www.nbu.gov.ua/e-journals/PSPE/2012_1/Novak_112.htm
- [9] Pokrovskiy A.K., Investigation of Control – <https://books.google.com.ua/books>
- [10] Pravdin N.V. Interaction different species transport / N.V. Pravdin, V.Y. Negrey, V.A. Podkopayeva – M.: Transport, 1989. – 208 p.
- [11] Reser S., Interaction transport systems / S.M. Reser; Ed. A.F. Volkov. – M.: Nauka, 1985. – 246 p.
- [12] Rodnykova A.N., Logistics: terminological dictionary. / A.N. Rodnykova – M.: Economics, 1995. – 252 p.
- [13] Glossary of economic terms «Finam» [electronic resource]. – Access: <http://dictionary.finam.ru>.
- [14] Troitska N.A., Freight Technological scheme transit cargoes of some categories: Textbook / N.A. Troitska, M.V. Shylymov. – Moscow: KNORUS, 2010. – 232 p.

- [15] Lihum Y.S., The economic model of quality of passenger service on routes of city passenger transport system / J.S. Lihum, E.G. Logachov // Scientific Economic Journal: issues of the economy. – 2004. – №1. – P. 124–139.
- [16] Volkova O.V., Labor market. Tutorial. – K.: Center of educational literature, 2007. – 624 p.
- [17] Maximova S., Innovative technology management in development of logistic transport infrastructure of the region [Text] / S. Maximova and others // Innovations in economy, management and education: monograph. – Stavropol: FPHTU, 2009. – 357 p.
- [18] Pikulyk O.B., Priority directions of development of transport system in Western Ukraine in terms of European integration / Pikulyk O.B. // Science. Wolin. nat. Univ. Lesya Ukrainian. – 2008. – № 7. – P. 284–291.
- [19] Decree of Cabinet of Ministers of Ukraine «On Approval of the Concept of reforming transport sector» № 1684 from 09.11.2000 g. [Electronic resource] – Access: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/1684-2000-Mr>.
- [20] Poteeva M.A., The role of the transport system for sustainable development of the economy Crimea / M.A. Poteeva // Culture of Black Sea. Scientific magazine. – № 56. – T. 2. – Simferopol, December 2004. – P. 123–131
- [21] Sokolov A.E., Problems of logistics infrastructure, enterprises swarm / A.E. Sokolov // Problems systematic approach to eco-strength [electr. Science. profession. kind]. – 2007. – Vol. 2. – access mode: <http://www.nbuv.gov.ua/ejournals/PSPE/2007-2/index.html>.
- [22] Tkachenko N.Y., Transport infrastructure: the nature, functions and role in the economic processes / N. Tkachenko // Bulletin Dong-ET. Avg. Econ. nauky. – 2006. – №4 (32) – P. 56–61.
- [23] Fastovets A.A., Development of transport system of the ancient times until the early twentieth century. as a factor in the emergence of the tourism industry / A.A. Fastovets. // Tourist krayeznav. for Scientific. – Vol. 4 – K.: State. Mr. Prospect «Nat. tourist. organization», 2002. – P. 418–443.
- [24] Law of Ukraine «On Automobile Transport» № 2344-III of 05.04.2001 [electronic resource] – Access: <http://zakon0.rada.gov.ua/laws/show/2344-14>.

Michał MAJ

Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie

UNREAL ENGINE 4 JAKO NARZĘDZIE DO TWORZENIA GIER

UNREAL ENGINE 4 AS A PRACTICAL TOOL FOR THE DEVELOPMENT GAMES

Streszczenie

W dobie coraz większej popularyzacji wirtualnej rozgrywki, twórcy gier komputerowych udostępniają autorskie silniki w formie open source. Dwa najczęściej stosowane darmowe silniki to Unity stworzony przez Unity Technologies oraz Unreal Engine 4 wydany przez Epic Games. Oba znajdują zastosowanie podczas tworzenia gier AAA oraz jako narzędzie do rozwijania umiejętności początkujących programistów. Unity opiera się na programowaniu w języku C#. Natomiast Unreal Engine, który zostanie opisany w niniejszym artykule, korzysta z możliwości jakie daje C++.

Summary

Video games developers, due to the still growing popularity of the video games are eager to share their game engines as open-sources. The two most common used and free of them are Unity, developed by Unity Technologies, and Unreal Engine 4 by Epic Games. Both of them are frequently used during the development of AAA games and also as a practicing tool for the beginning programmers. Unity is based on C# language, while Unreal Engine, which will be elaborated in the article, is coded in C++.

Słowa kluczowe: język C++, Unreal Engine, Unity Technologies

Keywords: język C++, Unreal Engine, Unity Technologies

Historia

Pierwsza wersja silnika Unreal Engine została wydana w 1998 roku, a z jego możliwości korzystała gra Unreal. Ze względu na napisany w C++ kod silnika możliwe było pisanie gier na różne platformy. Było to przełomowe, ponieważ wówczas większość produkcji powstawała jedynie na komputery osobiste. Poza wspomnianym wcześniej C++ silnik Unreal Engine został napisany w Assamblerze. Korzystał również z UnrealScript – prostego języka wysokiego poziomu, służącego do wspierania UE przy tworzeniu gameplay'u. Wraz z premierą Unreal Engine 4 został on zastąpiony przez Visual Scripting.

Integralnymi częściami silnika są mechanizmy odpowiedzialne za renderowanie, system wykrywania kolizji, systemy AI, systemy widoczności, zarządzanie siecią i systemy plików. W ciągu 17 lat, wraz z kolejnymi wersjami, Unreal Engine zyskiwał coraz większe możliwości. Początkowo korzystał z zaawansowanej software'owej rasteryzacji oraz dawał wsparcie dla akceleratorów grafiki firmy 3dfx – dzięki zastosowaniu Glide API. Kolejne aktualizacje przyniosły wsparcie dla OpenGL i Direct3D. W wersji silnika o numerze „2” dodano edytor UnrealEd. Wsparcie zyskały również procesory 64-bitowe. Wraz z dużą łatką, nazwaną roboczo UE 2.5, umożliwiono deweloperom tworzenie gier na konsolę Xbox oraz PlayStation 2. Dodatkowo wsparcie zyskał EAX 3.0. Nadejście Unreal Engine 3 umożliwiło tworzenie gier na Xbox 360 i PlayStation 3. Dodano nowe funkcje: HDRR, per-pixel lightning, dynamiczne cienie. Kolejne aktualizacje przyniosły zmiany w oświetleniu (oświetlenie globalne) oraz poprawiły fizykę świata gry. UE3 doczekał się dużego dodatku w postaci Unreal Development Kit, dzięki któremu możliwe stało się tworzenie gier na platformy iOS i Android. Wydany w 17 sierpnia 2015 roku Unreal Engine 4 rozwinął wszystkie wcześniejsze ulepszenia silnika.

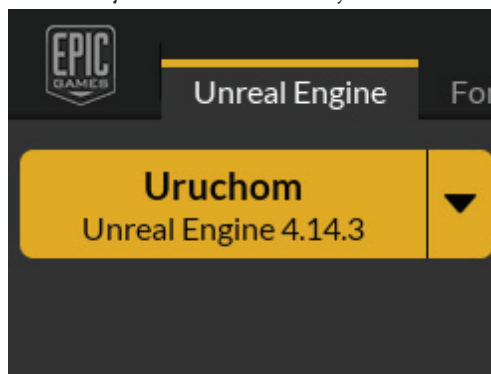
Obecna wersja silnika umożliwia tworzenie gier pod system Windows oraz na konsole Xbox One z wykorzystaniem DirectX w wersji 11 i 12. Ponadto, dzięki obsłudze OpenGL mogą powstawać produkcje pod Linuksa, OS X, Androida (jest również możliwość skorzystania z technologii Vulkan). Z kolei wsparcie dla GNM pozwala tworzyć gry na PlayStation 4.

Konfiguracja środowiska

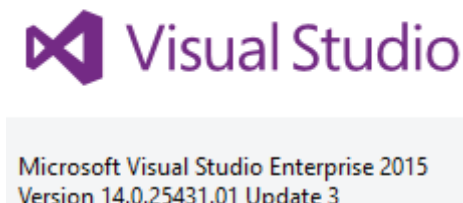
Unreal Engine 4 do poprawnego działania wymaga systemu operacyjnego Windows od wersji Windows 7, Ubuntu z wersją Kernela 2.6.32 lub Mac OS X 10.10.5. Wszystkie systemy muszą być w wersji 64-bitowej. W niniejszym artykule zostanie przedstawiona konfiguracja jedynie dla systemu operacyjnego Windows. Minimalne wymagania sprzętowe dla UE4 to przynajmniej dwurdzeniowy procesor o częstotliwości co najmniej 2,5 GHz, 8 GB ramu oraz karta graficzna kompatybilna z DirectX 11. Natomiast do poprawnego działania środowiska pro-

gramistycznego wymagany jest Microsoft Visual Studio 2015 od wersji podstawowej Community. Zarówno Unreal Engine jaki i Visual Studio powinny posiadać najnowsze aktualizacje. Najnowsza wersja silnika gry posiada numer 4.14.3, natomiast Visual Studio 2015 Update 3 jest aktualną wersją.

Rys. 1 – Aktualna wersja UE4



Źródło: własne

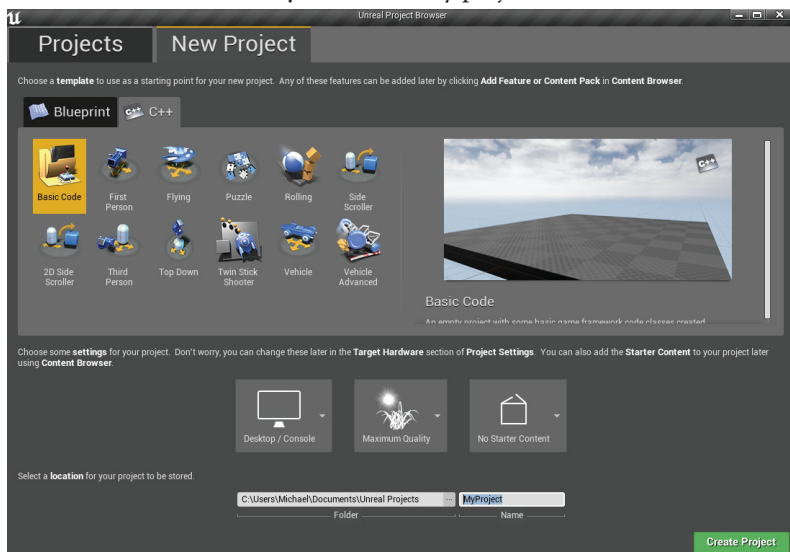
Rys. 2 – Aktualna wersja Visual Studio
About Microsoft Visual Studio

Źródło: Własne

Podstawy obsługi i programowania w UE4

Pierwszym etapem jest stworzenie projektu zawierającego jedynie podstawowy kod, wybranie lokalizacji w której ma zostać zapisany projekt, ustalenie docelowej platformy, jakości grafiki oraz nazwy projektu (rysunek 3).

Rys. 3 – Pierwszy projekt

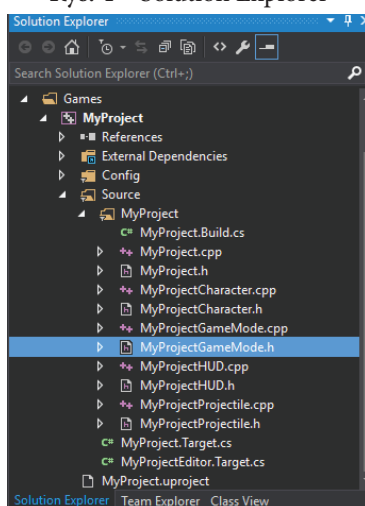


Źródło: własne

Docelowo gra będzie oparta na szablonie *First Person*, zostanie stworzona na komputer osobisty/konsolę z opcjami graficznymi ustawionymi na maksimum oraz podstawową zawartością.

Po uruchomieniu projektu programista otrzymuje, poprzez Visual Studio, dostęp do zarządzania elementami projektu i przeglądania kodu (*Solution Explorer*).

Rys. 4 – Solution Explorer



Źródło: własne

Znajduje się tam wygenerowany przez silnik gry podstawowy kod, na przykład pozwalający postaci widocznej na ekranie poruszać się, jak w przypadku `MyProjectCharacter.cpp`. Drugim oknem, który otwiera się po uruchomieniu projektu jest edytor Unreal.

Rys. 5 – Wygląd Edytora



Źródło: własne

W oknie edytora, po wybraniu opcji *Play*, możliwe jest uruchomienie podstawowego, wygenerowanego poziomu. Umożliwia on poruszanie się postacią po niewielkim obszarze otoczonym ścianami, z rozmieszczonymi obiektami w kształcie sześciątów, możliwe jest też używanie broni – upuszczenie jej, zmiana broni, strzelanie pociskami etc.

Chcąc zaprogramować kolejne elementy musimy skorzystać z *Source Panel*. Z jego poziomu mamy dostęp do dwóch katalogów: *Content* oraz *C++ Classes*. Drugi z nich daje możliwość dodawania nowych klas. Klasy opisują i określają kolejne elementy rozgrywki. Programując najczęściej będziemy korzystać z klasy *Actor*, ponieważ jest ona odpowiedzialna za wszelkiego rodzaju przedmioty jakie pojawiają się w grze, przełączniki do aktywacji oświetlenia etc. Nową klasę można dodać z poziomu katalogu projektu, znajduje się on w katalogu *C++ Classes*.

Przykładem takiej klasy, może być klasa *Podnies()* stworzona na potrzeby niniejszego artykułu. Klasa korzysta z szablonu *Actor* i odpowiada za podnoszenie przedmiotów z podłoża przez postać. W Visual Studio w katalogu z projektem znajdują się dwa nowe pliki. Pierwszy z nich *Podnies.cpp* zawiera wygenerowany kod, między innymi funkcje *BeginPlay()* i *Tick()*, oraz konstruktor stworzonej klasy. Drugi jest plikiem nagłówkowym *Podnies.h*. Definiuje funkcje

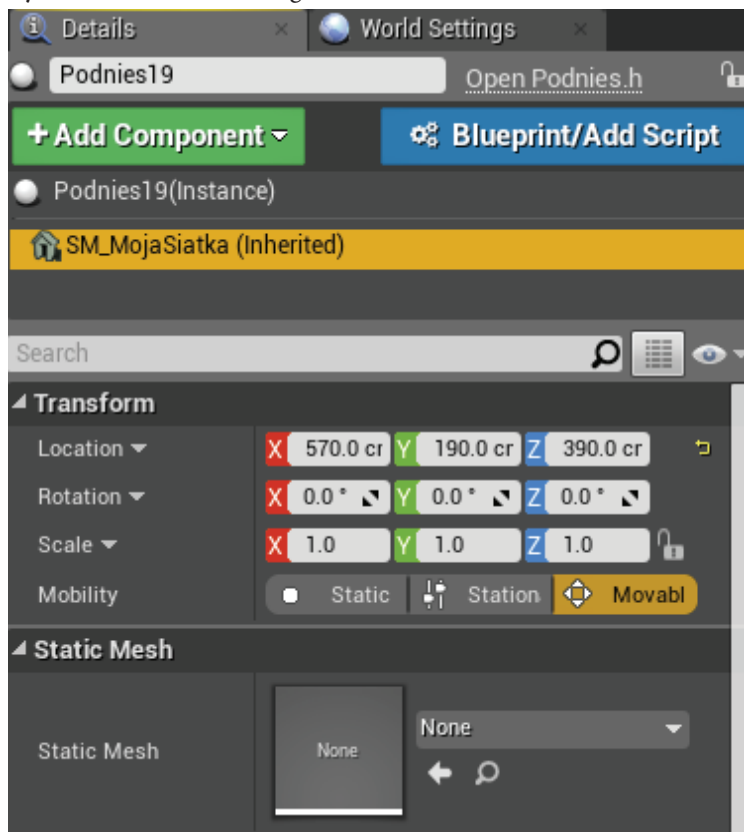
i zmienne, które używana są w klasie. Pierwszą zmienną zadeklarowaną w pliku nagłówkowym jest zmienna typu *Static Mesh* (*UStaticMeshComponent* MojaSiatka*); oznacza element grafiki 3D składający się z dwóch lub więcej wielokątów połączonych ze sobą krawędziami. Zmienną następnie zainicjalizowano w konstruktorze *MojaSiatka = CreateAbstractDefaultSubobject <UStaticMeshComponent>(TEXT(„MojaSiatka”))*; Aby mieć możliwość edytowania *MojaSiatka* na każdym etapie obsługi silnika gry (na przykład podczas korzystania z *Blueprints*) należy w pliku nagłówkowym dodać przed deklaracją zmiennej następujący kod: *UPROPERTY(EditAnywhere)*. Przygotowany w ten sposób obiekt 3D jest dostępny z poziomu edytora i możliwe jest jego przeciągnięcie i upuszczenie na obszar roboczy (Rysunek 6). Dzięki temu, że został zaprogramowany a nie dodany z poziomu predefiniowanych obiektów graficznych, istnieje możliwość manipulacji nim poprzez kod. Po przeciągnięciu jest dostępny jako element graficzny, ale jeszcze bez nadanego wyglądu. Istnieje możliwość dodania wyglądu z dostępnej w ramach Unreal Engine 4 biblioteki elementów graficznych (Rysunek 7), w menu *Details* w zakładce komponentów dostępna jest opcja *Static Mesh* – w niej dostępne są poszczególne modele.

Rys. 6 – Zaprogramowany obiekt 3D



Źródło: własne

Rys. 7 – Menu dodawania grafik 3D



Źródło: własne

Tak, jak już wspomniano wcześniej, obiekt został zaprogramowany, dzięki temu, będzie można dodać do niego kolejne ulepszenia. Poprzez taki zabieg postać w grze będzie miała możliwość podniesienia przedmiotu. Na początku należy dodać komponenty umożliwiające zmianę zachowania i funkcjonalności. Do pliku Podnies.h dodano:

```
USceneComponent* PodniesRoot; oraz UShapeComponent* PodniesBox;.
```

Dodano funkcję, dzięki której w grze przedmiot zostanie podniesiony przez gracza: `void OnPlayerEnterPodniesBox();`. Następnie należy nadać odpowiednie argumenty odpowiedzialne za interakcję z dodanym elementem. Kolejnym krokiem jest stworzenie definicji `OnPlayerEnterPodniesBox()` w pliku Podnies.cpp. Trzeba również zainicjalizować zmienne `PodniesRoot` oraz `PodniesBox`.

```
PodniesRoot =
CreateAbstractDefaultSubobject<USceneComponent>(TEXT(
„PodniesRoot”));
```

```
RootComponent = PodniesRoot;
```

Oraz dodać zmienną *MojaSiatka* do komponentu:

```
MojaSiatka->AttachToComponent(PodniesRoot,
FAttachmentTransformRules::SnapToTargetNotIncludingScale);
```

Ostatnim elementem będzie zakodowanie zachowania dodanego wcześniej obiektu w ten sposób, aby gracz mógł wchodzić z nim w interakcję:

```
PodniesBox =
CreateDefaultSubobject<UBoxComponent>(TEXT(„PodniesBox”));
PodniesBox->SetWorldScale3D(FVector(1.0f, 1.0f, 1.0f));
PodniesBox->OnComponentBeginOverlap.AddDynamic(this,
&APodnies::OnPlayerEnterPodniesBox);
PodniesBox->AttachToComponent(PodniesRoot,
FAttachmentTransformRules::SnapToTargetIncludingScale);
```

Wykonując powyższe kroki, stworzony został obiekt 3D, który będzie wchodził w interakcje z graczem. Korzystając z programowania w C++ można także nadać mu inne właściwości. W funkcji wywołującej każdą klatkę `void APodnies::Tick( float DeltaTime )` istnieje możliwość zaprogramowania przemieszczania się stworzonego wcześniej obiektu 3D. Przykładem może być nadanie elementowi takich właściwości, aby uniósł się z ziemi i odleciał do góry:

```
FVector NewLocation = GetActorLocation();
NewLocation.Z += (DeltaTime *100,0f);
SetActorLocation(NewLocation) ;
```

Dalsze modyfikacje mogą na przykład dotyczyć czasu pomiędzy kolejnymi oddanymi przez gracza strzałami. Takich modyfikacji można dokonać edytując pliki *Character* w przypadku stworzonej aplikacji będą się one nazywały *MyProject-Character.h* oraz *MyProjectCharacter.cpp*. Dodając `FTimerHandle FireDelayTimerHandle;`, `bool bCanFire;` oraz `void ResetFire();` sprawdzamy czy gracz ma możliwość oddania strzału, tworzymy zmienną, a następnie resetujemy strzał ustawiając odpowiednie warunki i czas po jaki to nastąpi. Powyższy kod znajdzie się w sekcji *Protected*: w pliku nagłówkowym. Natomiast w pliku *MyProjectCharacter.cpp* należy zmiennej *bCanFire* i nadać wartość logiczną *true*. Następnie wstawiając:

```
GetWorld()->GetTimerManager().SetTimer(FireDelayTi-  
merHandle,  
this, &AMyProjectCharacter::ResetFire, 3.0f, false);
```

Ustawiono opóźnienie wystrzału kolejnego pocisku o 3 sekundy. Powyższe przykłady ukazują, że zaprogramowanie własnych elementów w Unreal Engine 4 daje praktycznie nieskończone możliwości modyfikacji i ulepszania gry.

Zakończenie

Unreal Engine oraz C++ dają nam niemal całkowitą kontrolę nad tworzoną produkcją. W łatwy sposób pozwalają tworzyć tytuły na różne platformy. Jest to potężne narzędzie dzięki, któremu można zarówno stworzyć *Indie* jaki i tytuł AAA.

Bibliografia

- [1] Lee J., Unreal Engine. Nauka pisania gier dla kreatywnych, Gliwice, Helion, 2016.
- [2] Unreal Engine, <https://docs.unrealengine.com/latest/INT/>.
- [3] Wikipedia, wikipedia.org.

Olena NALOBINA, Olga MARKOVA, Nazar VASYLCHUK

Hoisting, building, road-making, ameliorative machines and equipment,
National University of Water Management and Nature Resources Use

USING MORPHOLOGICAL ANALYSIS OF THE CUTTERBARS DESIGN FOR SUNFLOWER HARVESTING

ZASTOSOWANIE ANALIZY I SYNTEZY MORFOLOGICZNEJ DO PROJEKTOWANIA MASZYN DO ZBIORU SŁONECZNIKA

Summary

The article discusses the possibility of using the morphological analysis and synthesis to create cutterbars for sunflower harvesting. Shown an example of a structural cutterbar solution which is obtained on the basis of morphological synthesis of technical systems.

Streszczenie

W artykule przedstawiono możliwości zastosowania analizy i syntezy morfologicznej do projektowania narzędzi tnących kombajnów do zbioru słonecznika.

Keywords: analysis, synthesis, morphology, options, sunflowers, cutterbars

Słowa kluczowe: analiza, synteza, kombajn do zbioru słonecznika, narzędzie do cięcia słonecznika

1. Statement of a question

At the present stage of designing machinery designers use mostly subjective approach to solving the problem of creation (modernization) structures. This approach reduces the effectiveness of the design process because of narrowing the search area of constructive solutions. Morphological analysis based on a comprehensive examination of objects and their multidimensional description considering a large set of features. The result is a morphological analysis of the set of solutions with which it's possible to choose the most promising solutions for further researches.

In the process of morphological synthesis created a variety of morphological search is conducted and synthesized a new technical facility. This process is combinatorial.

Taking into account what we mentioned above, it is the actual scientific and technical problem of research at the design stage of technical objects using morphological methods of analysis and synthesis that allow us to find new technical solutions with sufficiently high accuracy [1].

2. An analysis of the literary

The main idea of the morphological method were developed by Zwicky in the last century. The essence of Zwicky developed morphological methods, based on the systematical study of creation options for establishing research object [2]. The morphological approach in further was developed by A.I. Polovinkin [3] V.M. Odrin [4] and others. In particular generation of new technical solutions in mechanical engineering on the basis of morphological analysis techniques and using standard mathematical models is recommended by Y.M. Kuznetsov [5] A.V. Chusa [6] and others.

Analysis of well-known researches found that there are no clear methodological approaches to the synthesis of new mechanisms and machines, including machines for agricultural purposes

3. The purpose of the work

Synthesis of Cutterbars tools for sunflowers harvesting with using morphological analysis to obtain a design that ensures minimal raw materials during the harvesting.

4. Presenting main material

Sunflower harvesting cutterbar – a special device designed to collect sunflowers and aggregated with a combine. The principle of operation consists in cut-

ting the culture, extraction of sunflower seeds, collecting the treated grains in a hopper followed by pulverization and scattering of the stalks and baskets in the field. Cutterbar consists of separate units, which are functionally interconnected to perform qualitative process. Main components: auger, divisors, cutting machine, conveyor stems, shaft drive, side carves, shield.

Posing the problem of constructive solutions for operating devices of sunflower harvesting cutterbars was performed according to the recommendations outlined in [3, 4], according to which we had a selection of design elements and formed a morphological matrix. We construct a functional structure of sunflower cutterbars. This stage involves the separation of the base machine into separate elements and determines their functional purpose.

The quantitative characteristic of the formation of the fundamental structural solutions and their gradations morphological description is determined by an expert review. For this purpose it is recommended to use a coefficient of their application in practice, as the design and functioning of the cutterbars in the farms. It defines the share coefficients application specific constructive solutions in a total amount of the investigated structures.

On the basis of the morphological matrix form the structural solution of a new design.

Formation of morphological tables, as indicated above, should be based on the functional structure analysis (tabl. 1).

Tab. 1. Functional structure

Elements		Functions	
1	2	3	4
Marking	Name	Marking	Content functionality
A1	Divisors (lifters)	F1	Stems separation.Stems bending
A2	Conveyor	F2	Stems capturing
A3	Conveyor	F3	Baskets pulling
A4	Or reel	F4	Bring the plants to cutting machine
A5	cutting bar	F5	Baskets cutting
A6	auger	F6	Moving the baskets into the harvester chamber

Based on Table 1, Table 2 morphological formed.

Analysis of sunflower cutterbars found that pursuant to the collection process with minimal losses affect all the functions listed above. So they all went into the morphological table.

Tab. 2. Morphological table

1	2	3	4
F1	F2	F1	F2
A11 – by cone tips	A12 – chain conveyor with hooks	A21 – with prismatic tips	A12 – chain conveyor with hooks
	A22 – Belt conveyor with slats		A22 – Belt conveyor with slats
	A32 – Chain conveyor with grippers		A32 – Chain conveyor with grippers
	A42 – auger		A42 – auger
	A52 – slats		A52 – slats
	A62 – roll		A62 – roll
F2	F3	F2	F3
A12 – conveyor with hooks	A31 – reel slats	A11 – with conical tips	A31 – reel slats
	A32 – reel clamps		A38 – trumpet reel with clamps
	A33 – rubber guides and roll		A310 – trumpet reel with teeth and rubber guides
	A34 – worker transporting body in a circle with breatching curvilinear elements	A21 – trumpet reel with teeth and rubber guides	A33 – rubber guides and roll
	A35 – rotor with blades		
	A36 – belt conveyor		
	A37 – auger		
F4	F5	F4	F5
A14 – reel	A15 – segment-finger	A13 – conveyor with hooks	A26 – segment-finger
	A25 – knife		A25 – knife
	A35 – knife driven by planetary drive unit	A42 – conical augers	A26 – segment-finger
A24 – rotor with blades	A25 – knife	-	-
F5	F6	F5	F6
A15 – segment-finger	A16 – auger with helical blades	A25 – knife	A26 – auger with blades and teeth in the middle part
		A25 – knife	A36 – auger with blades and a platform in the middle part

Excluding options with a view to developing improved structures for cutterbars carried out under the following conditions:

1. Providing sunflower harvesting at any height
2. Providing sunflower baskets cut as close as it possible to their base;
3. Avoid clogging residues stems mobile unit components;
4. Reduction of losses seeds.

Selecting a constructive variants of cutterbars conducted consistent combinations exception of two or three options (in this article does not). In view of Table 2 and the above requirements describe some of the reasons for exclusion of combinations of alternatives A_i perform F_i ; functions:

$\{A_1^1 - A_2^1; A_1^1 - A_2^1; A_1^1 - A_2^3; A_1^1 - A_2^5; A_1^1 - A_2^6;$
 $\{A_1^2 - A_2^2; A_1^2 - A_2^2; A_1^2 - A_2^3; A_1^2 - A_2^5; A_1^2 - A_2^6$. constructive element implementation at the following combination does not ensure fulfillment of requirements 2, 3, 4.

$A_1^1 - A_2^6; A_1^2 - A_2^6$ – does not provide the fulfillment of conditions 3 and 4.

A_1^4, A_3^8 - constructive implementation of the F_4 function with this element leads to a significant loss of seeds.

$A_1^1, A_2^2, A_3^3, A_4^4, A_5^5, A_6^6$ – constructive implementation of the F_2 function via A_2^4 element exclude the presence of elements $A_1^1, A_2^2, A_3^3, A_4^4, A_5^5, A_6^6$.

For the purpose of synthesis a new design we form the list of requirements.

Technology process of sunflower harvesting puts certain requirements to cutterbar design – ensuring the quality of ($\mathcal{H}$) a process is to minimize seed losses (H) while minimizing clogging working bodies (3min).

Figure 1 indicated: H_1 – lifters impact on the stalks; H_2 – synchronizing the movement of the lower part of the stems that rest against the side walls of the lifters, with the promotion of the top of the conical screws; H_3 – cutting baskets and their capture by the auger; H_4 – fulfillment of requirements.

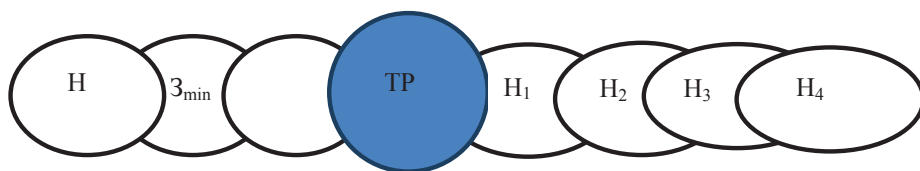


Fig. 1. Scheme of process requirements sunflower harvesting

As an evaluation criterion let's accept:

- Operational (complexity of service criterion – K_1); economy (material cost criterion K_3 ; energy costs K_4).
- Then the selection condition of constructive embodiment of cutterbars is written:

$$\begin{aligned}
 & \bullet \mathcal{K}C_i (; \\
 & \bullet =f(K_1; K_2; K_3; K_4) \rightarrow \min; \\
 & \bullet =f(K_1; K_2; K_3; K_4) \rightarrow \min; \\
 & \bullet =f(K_1; K_2; K_3; K_4) \rightarrow \min.
 \end{aligned} \tag{1}$$

The condition (1) provides a rational design of cutterbars. But, as we see from Fig. 1 $\mathcal{K}C_i$ is only part of the TP structure, the functioning of which is necessary but not sufficient condition for the solution of the problem (reflected in the purpose of the work).

According to Fig. 1 technological process of Sunflower harvesting is rational when together with the condition (1) will be implemented following condition:

$$T\Pi = \{H_1 + H_2 + H_3 + H_4\} \text{ за } 3_{\min}) \rightarrow \min. \quad (2)$$

Conditions (1) and (2) satisfy the technological process of sunflower harvesting, which is carried out by using an improved cutterbar structure:

$$T\Pi = (A_1^1; A_2^4; A_5^2; A_6^1).$$

This design (Fig. 2) represents the technical system, which bases synthesized using the morphological analysis and synthesis.

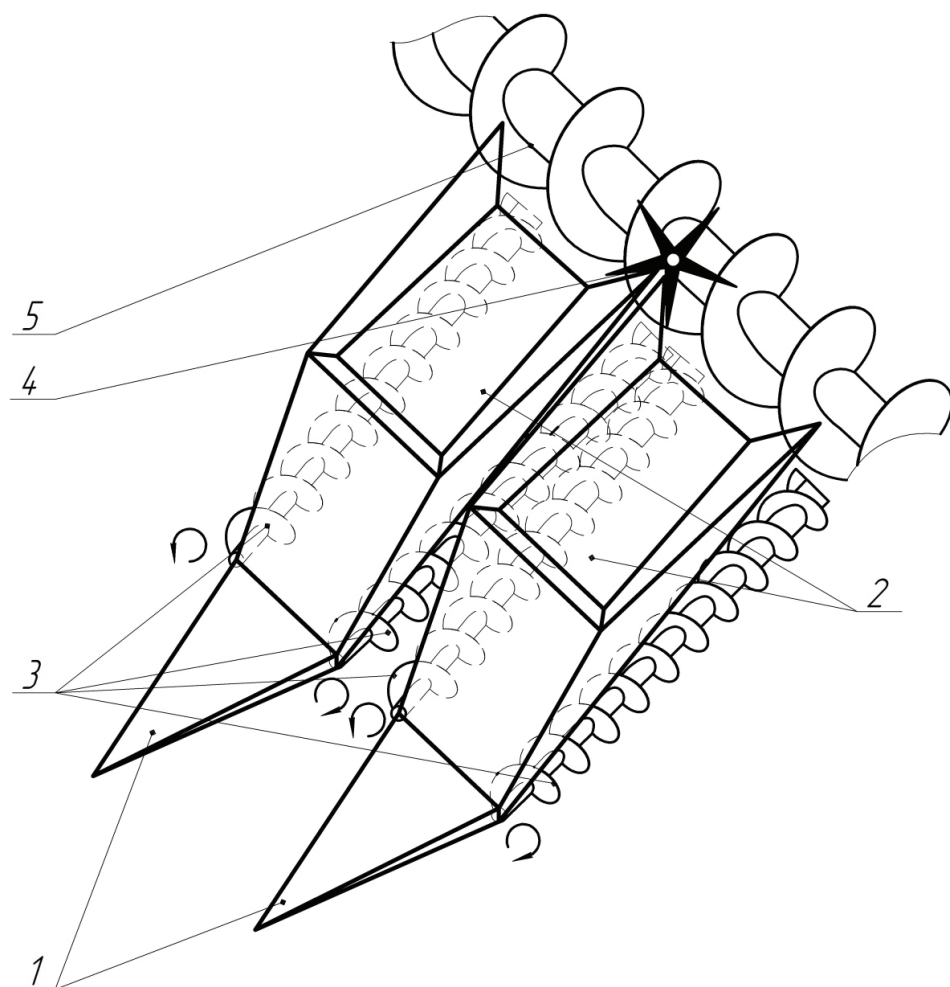


Fig. 2. Scheme of the proposed design of cutterbar: 1 – lifters, 2 – reception lifters area, 3 – conical auger-feeder, 4 – cutting bar, 5 – auger

Through the use of the proposed cutterbar harvesting can be of any height of sunflower, as well as providing cutting baskets as high as possible, which reduces the number of stems and leaves, gets into the combine, which in turn will reduce the clogging of the working reaper nodes.

5. Conclusions

Using the methods of morphological analysis and synthesis in agricultural engineering to improve the efficiency of their operation due to study ways to improve them.

Bibliography

- [1] Альтшуллер Г. С., Найти идею. Введение в теорию решения изобретательских задач. – 3-е изд., дополненное. – Петрозаводск: Скандинавия, 2003. – с.240.
- [2] Zwicky F., The morphological method of analysis and construction, Courant, Anniversary Volume, 1948.
- [3] Половинкин А.И., Основы инженерного творчества: Учеб. пособие для студентов вузов. [Текст] / А.И. Половинкин – М.: Машиностроение, 1988. – 368 с.
- [4] Одрин В.М., Морфологический анализ систем. Построение морфологических систем / В.М. Одрин, С.С., Картавов. – Киев: Наук. думка, 1977. – 148 с.
- [5] Кузнєцов Ю.М., Теорія технічних систем [Текст] / Ю.М. Кузнєцов, І.В. Луців, С.А. Дубиняк// – Київ-Тернопіль, 1997 – 310 с.
- [6] Чус А.В., Основі техніческого творчества: учебное пособие/А.В. Чус, В.Н. Данченко. – Киев-Донецк:Вища школа, 1983. – 184 с.

Maria SZEWCZYK-BARTOSZEWSKA

Praca inżynierska napisana na Wydziale Transportu i Informatyki
pod kierunkiem dr. hab. Grzegorza Wójcika, prof. WSEI

ALTERNATYWNA METODA WYSZUKIWANIA LICZB PIERWSZYCH – SZKIC

ALTERNATIVE WAY TO SEARCH FOR PRIME NUMBERS

Streszczenie

W pracy przybliżono tematykę liczb pierwszych. Przedstawiono algorytm wyznaczania liczb pierwszych. Algorytm pokazany w pracy pozwala zawęzić obszar całkowicie pewnych poszukiwań liczb pierwszych do 1/3 przy równoczesnym zastosowaniu efektywniejszego mechanizmu sprawdzającego czy dana liczba jest pierwsza.

Summary

Prime numbers play an important role in the life of modern mankind, even in issues related to data encryption. Although so far, we could not find a formula that would allow to define the prime numbers, however, there are methods for searching them. These methods can be divided into two groups: probabilistic, based on the likelihood, which do not give answers absolutely certain and methods using the so-called sieve of Eratosthenes, providing clear, reliable results. Unfortunately, the accuracy and reliability has a price, and that is the speed of execution of such algorithms. The purpose of this elaboration is presenting solution to optimize the process of finding prime numbers.

Słowa kluczowe: liczby pierwsze, algorytm

Keywords: prime numbers, the algorithm

Wstęp

Czy może być coś nudniejszego niż liczby? Przecież tak zwane „liczenie baranów”, to najbardziej znana metoda na zasypianie. Ludzie uczą się liczyć już w dzieciństwie. Wymaga to od dziecka oderwania się od konkretnego, jakim jest nazwa liczonych przedmiotów i skierowania uwagi na inny aspekt analizowanego zjawiska. W ten sposób, kształtuje się abstrakcyjne pojęcie liczby naturalnej, jako określenia ilości takich samych elementów. Liczby są nieodłączną częścią życia naszego gatunku. Bez nich nie byłby możliwy rozwój techniki, nauki, handlu. Są wszechobecne i pospolite, choć to właśnie dzięki nim, możliwy był tak znaczny rozwój naszej cywilizacji. Czy jednak wiemy o nich wszystko? Czy ktoś mógłby one jeszcze pasjonować?

Liczby pierwsze, stanowiące specyficzny rodzaj liczb naturalnych, już od starożytności fascynowały badaczy, ze względu na ich tajemniczą naturę. W matematyce, są one bowiem odpowiednikiem pierwiastków chemicznych lub atomów. Stanowią niepodzielne komponenty wszystkich innych liczb. Jak dotąd, nie udało się nikomu poznać ich wszystkich sekretów. Wyjątkowy charakter zjawiska został również dostrzeżony przez włoskiego beletrystę Paolo Giordano, który nadał swojej książce tytuł „Samotność liczb pierwszych”. Wielu myślicieli wciąż poszukuje odpowiedzi na pytania z nimi związane. W chwili obecnej nie istnieje żaden wzór matematyczny określający liczbę pierwszą w sposób deterministyczny.

Szczególnością zagadki jest rozmieszczenie liczb pierwszych w zbiorze liczb naturalnych. Wiadomo, że ich gęstość maleje wraz ze wzrostem wielkości liczb, jednak umiejscowienie tychże w stosunku do reszty liczb może wydawać się chaotyczne. Próby podejścia do zagadnienia poszukiwania liczb pierwszych można podzielić na starania zmierzające do określenia ich wzorem matematycznym lub dokładnym, systematycznym sprawdzaniu kolejnych liczb z jakiegoś zakresu.

Metody poszukiwania liczb pierwszych oparte na istniejących, nietrafnych wzorach, są probabilistyczne, a więc nie dają całkowitej pewności co do wyniku wyszukiwania.

Z kolei najprostszy, choć dający stuprocentową wykrywalność liczb pierwszych algorytm, polegający na systematycznym dzieleniu liczby przez wszystkie mniejsze od niej liczby naturalne (aż do pierwiastka kwadratowego z danej liczby), pochłania bardzo dużo czasu ze względu na ogromną liczbę działań, które należy wykonać, a w wersji stosującej wykreślanie (sito Eratostenesa), angażuje zbyt wiele pamięci.

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie algorytmu wyszukiwania liczb pierwszych o precyzji, nieomyślności i prostocie podstawowego algorytmu, lecz znacznie od niego szybszego, a także nie obciążającego pamięci komputera. Zalecane zastosowanie rozwiązania jest również kompletność algorytmu. Oznacza to, że program na nim oparty nie musi korzystać z żadnych dodatkowych informacji

w postaci uprzednio utworzonych baz danych. Można go zastosować wszędzie tam, gdzie nie ma żadnych innych informacji o przeszukiwanym zakresie, które są kluczowe we wszystkich algorytmach opartych na kongruencjach.

Ponadto częścią składową programu przeszukującego podany zakres liczb w poszukiwaniu liczb pierwszych, jest algorytm, badający czy dana liczba jest pierwsza, który może być również stosowany samodzielnie w odniesieniu do konkretnej liczby.

W pracy pomocne okazało się przyjęcie konkretnej podstawy teoretycznej i terminologii, mającej na celu uzasadnienie takiego właśnie sposobu postępowania. Zaproponowany został podział zbioru liczb naturalnych na kilka podzbiorów różniących się właściwościami. Jest to fundamentalna sprawa, jeśli chodzi o dowód słuszności przyjętego rozwiązania. Niejako przy okazji, dokonano pewnych dość interesujących spostrzeżeń dotyczących teorii liczb.

Wprowadzenie

Pierwsza część pracy zawiera zestawienie informacji na temat liczb pierwszych oraz problemów badawczych z nimi związanych.

Definicja liczb pierwszych

Klasyczna definicja liczb pierwszych zawarta została w „Elementach” Euklidesa [7], które powstały około 300 r. pne. Księga VII poświęcona definicjom podaje:

Definicja 1.

„Liczba pierwsza jest to taka liczba, która dzieli się przez jeden i siebie.” [23]

Wraz z rozwojem matematyki powyższa definicja uległa uściśleniu. Po pierwsze podzielność odniesiono do liczb całkowitych.

Definicja 2.

„Liczbę całkowitą $b \in \mathbb{Z}$ określamy jako podzielną w $\mathbb{Z}$ przez drugą liczbę całkowitą a bez reszty, jeżeli istnieje liczba całkowita q , taka że $q \cdot a = b$; a jest wtedy dzielnikiem b w $\mathbb{Z}$, q – dzielnikiem komplementarnym do dzielnika a , b – krotnością a . $a \mid b - a$ dzieli b

$a \nmid b - a$ nie dzieli b ”. [2]

Po drugie liczby pierwsze ograniczono do liczb naturalnych i zdefiniowano następująco:

Definicja 3.

„Liczbę naturalną $p, p > 1$, której jedynymi dzielnikami w zbiorze $\mathbb{N}$ (liczb naturalnych) są 1 i p , nazywamy liczbą pierwszą.”[2]

Jak wynika z powyższej definicji liczby 0 i 1 nie są liczbami pierwszymi.

Definicja 4.

„Jeżeli liczba naturalna ani nie jest równa 1 ani nie jest liczbą pierwszą, to nazywamy ją liczbą złożoną.”[24]

Stąd liczba jeden nie jest ani liczbą pierwszą ani złożoną. Liczba zero zaś ma nieskończenie wiele podzielników, więc również nie jest pierwsza.

Historia matematyki odnotowała próby zmiany klasycznej definicji liczb pierwszych. Na przykład Goldbach zaliczał liczbę jeden do liczb pierwszych.[10] Sławomir Koszelew zaś rozszerzył pojęcie liczb pierwszych następująco:

Definicja 5

„Liczba całkowita p , której jedynymi dzielnikami są $\pm p$ i ± 1 nazywa się liczbą pierwszą.”[16]

Definicja Koszelewa pokrywa się z określeniem „elementy pierwsze” użytym w pracy Bronszejna[2].

Większość matematyków przyjmuje jednak klasyczną postać definicji liczb pierwszych, gdyż spełnia ona ważną rolę w tak zwanym **zasadniczym twierdzeniu arytmetyki**, które mówi, że:

Twierdzenie 1.

Każda liczba naturalna większa od jeden jest iloczynem liczb pierwszych i to tylko na jeden sposób. [26] Gdyby przyjąć, że liczba jeden jest pierwsza, to ze względu na jej niezmienniczy charakter w mnożeniu, ilość sposobów rozkładu liczby na elementy pierwsze nie byłaby jednoznacznie wyznaczona.

Np.: $6 = 2 \cdot 3 = 1 \cdot 6 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6$ itd.

Rozkład liczby n na czynniki pierwsze nazywa się **rozkładem kanonicznym**. [2]

$$n = \prod_{k=1}^m p_k^{a_k}, p_k - \text{dzielniki pierwsze.} \quad (1)$$

W niniejszym opracowaniu również przyjęta została definicja 2.

Ważne hipotezy dotyczące poruszanego zagadnienia

Hipoteza Goldbacha

W liście do Eulera z 1742 roku Christian Goldbach sformułował hipotezę, że: **każda nieparzysta liczba naturalna większa od 5 może być przedstawiona w postaci sumy trzech liczb pierwszych (ta sama liczba może być użyta dwukrotnie).** [10]

Liczbę jeden Goldbach uważał za liczbę pierwszą.

Euler uprościł to sformułowanie do następującej postaci:

każda liczba naturalna parzysta większa od 2 jest sumą dwóch liczb pierwszych.

Hipoteza ta mimo wysokich nagród finansowych ufundowanych za jej udowodnienie jak na razie nie została udowodniona.

Hipoteza Riemanna

Hipoteza ta dotyczy „pierwiastków” funkcji dzeta Riemanna: liczb zespolonych z , dla których funkcja dzeta jest równa zero. Riemann przypuszczał, że wszystkie te pierwiastki mają część wspólną równą $\frac{1}{2}$. Geometrycznie leżą one na prostej „rzeczywista część z równa się $\frac{1}{2}$ ”, tj. na prostej równoległej do osi urojonej, oddległej od niej o $\frac{1}{2}$ jednostki prawo. [4]

Miejsca zerowe funkcji dzeta dzielą się na:

- trywialne takie jak $-2, -4, -6, \dots$ czyli ujemne w części rzeczywistej parzyste liczby
- nietrywialne.

Hipoteza Riemana zakłada, że wszystkie nietrywialne miejsca zerowe funkcji dzeta leżą na linii krytycznej. [11]

Rozmieszczenie miejsc zerowych na prostej krytycznej ma związek z rozmieszczeniem liczb pierwszych oraz rozkładem poziomów energetycznych jąder atomowych pierwiastków ciężkich. [36]

Zarówno hipoteza Goldbacha jak Riemanna zaliczane są przez Instytut Matematyczny Claya do najważniejszych zadań do udowodnienia.

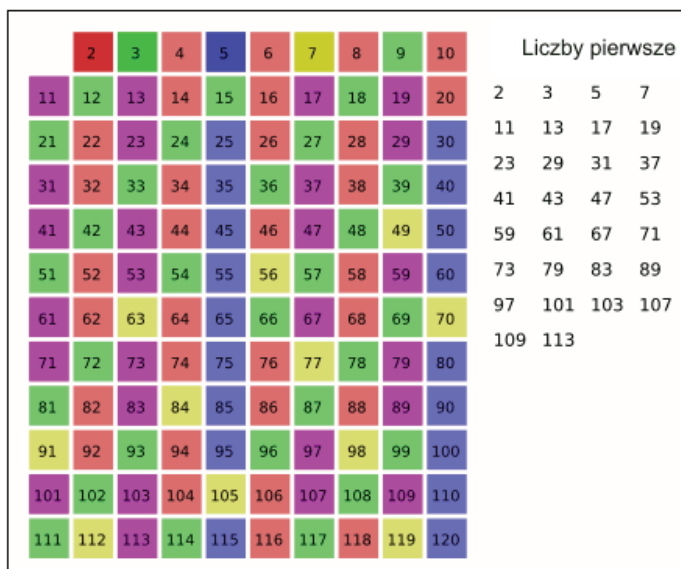
Teoretyczne podstawy proponowanego rozwiązania

Druga część pracy poświęcona została przedstawieniu podstawy teoretycznej proponowanego rozwiązania koniecznej do wyjaśnienia zastosowanego algorytmu.

Podział zbioru liczb naturalnych

Podstawowym zagadnieniem przy badaniu występowania liczb pierwszych jest analiza ich rozmieszczenia w zbiorze liczb naturalnych. Uchwycenie jakiejkolwiek prawidłowości w występowaniu liczb pierwszych jest niezwykle trudne, aczkolwiek wspomniane już spirale Ulmana wyraźnie na to wskazują. Mając na uwadze spostrzeżenia Ulmana rodzi się pytanie, czy można tak rozmieścić liczby naturalne by uchwycić zależności między liczbami pierwszymi, a następnie zapisać to przy pomocy wzorów.

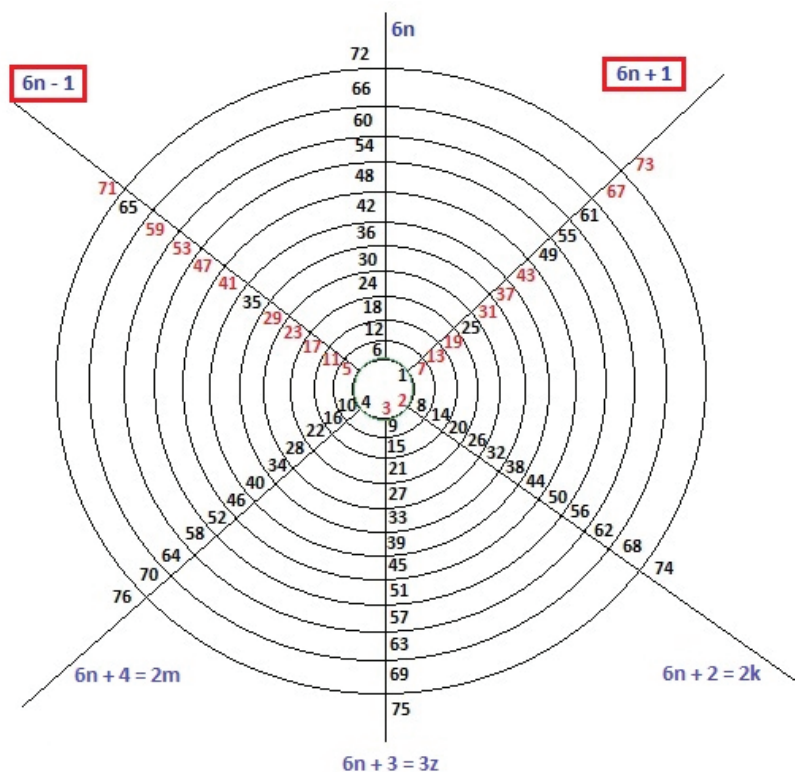
Zazwyczaj prezentowany układ (patrz rys. 1) nie pozwala na dostrzeżenie jakiejkolwiek regularności w rozkładzie liczb pierwszych.



Rys. 1. Rozmieszczenie liczb pierwszych w zbiorze liczb naturalnych.

Liczby 2, 3, 5 i 7 zaznaczone są różnymi kolorami, reszta zaś liczb pierwszych wyróżniona została kolorem fioletowym. Jedynymi cechami zauważalnymi przy tym układzie jest oczywisty fakt, iż poza liczbą 2 wszystkie liczby pierwsze są nieparzyste oraz występowanie liczb pierwszych większych od 5 wyłącznie w kolumnach 1, 3, 7 i 9.

Pomocą w tym względzie może być poniższa wizualizacja rozmieszczenia liczb pierwszych w zbiorze liczb naturalnych. Rysunek 2 zawiera klucz do dalszych rozważań.



Rys. 2. Podział zbioru liczb naturalnych

Jak widać na ilustracji, jeśli umieścimy spiralnie rosnąco wszystkie liczby naturalne na sześciu osiach to otrzymamy następujący podział na następujące podzbiory:

- zbiór liczb typu $6n$,
- zbiór liczb typu $6n + 1$,
- zbiór liczb typu $6n + 2 = 2k$,
- zbiór liczb typu $6n + 3 = 3z$,
- zbiór liczb typu $6n + 4 = 2m$ lub $6n - 2$,
- zbiór liczb typu $6n - 1$ dla $n, k, m, z \in \mathbb{N}$.

Charakterystyce poszczególnych podzbiorów poświęcony jest następny rozdział. Wszystkie liczby podzielne przez 2 lub 3 znajdują się poza zbiorami liczb typu $6n + 1$ i $6n - 1$.

Jak łatwo zauważyć, jeśli liczba jest większa od 3 i należy do któregoś z podzbiorów liczb typu $6n + 1$ lub $6n - 1$, to istnieje duże prawdopodobieństwo, że jest liczbą pierwszą.

Dlatego na potrzeby niniejszego opracowania zaproponowano termin **liczby potencjalnie pierwsze względem 2 i 3**.

Definicja 12

Liczby potencjalnie pierwsze względem 2 i 3, to liczby naturalne większe od 3 i nie podzielne ani przez 2 ani przez 3. Mają one postać:

$$6n + 1 \text{ lub } 6n - 1, \quad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots$$

lub inaczej $6n \pm 1$ dla $n = 1, 2, 3, \dots$ (10)

Ze względów praktycznych w dalszej części pracy termin skrócono do określenia liczby potencjalnie pierwsze

Z analizy ilustracji wynika także, że **nie istnieją liczby pierwsze większe od 3, które nie byłyby takimi liczbami potencjalnie pierwszymi**.

Znajomość wzoru określającego liczby potencjalnie pierwsze względem 2 i 3 pozwala na wstępie na eliminację 2/3 liczb z przeszukiwanego zakresu liczb naturalnych bez konieczności sprawdzania ich pierwszości.

Dowód słuszności przyjętych założeń.

Wybór takiego właśnie rozwiązania przy podziale zbioru liczb pierwszych ma swoje uzasadnienie praktyczne, na co wskazują dane w tabeli 1. Informacje dotyczące ilości liczb w przedziale, co do których mamy pewność, że nie są pierwsze można z łatwością uzyskać dokonując odpowiednich podziałów zbioru liczb naturalnych.

Na przykład:

dla liczby 2 :	a	b	
	1	2	w kolumnie b występują wyłącznie liczby parzyste
	3	4	- podstawa podziału
	5	6...	- liczba pierwsza inna niż podstawa podziału

dla liczby 3 :	a	b	c	
	1	2	3	
	4	5	6	
	7	8	9	
	10	11	12 ...	w kolumnie c występują wyłącznie liczby podzielne przez 3

dla liczby 4: rozkład podobny do rozkładu dla liczby 2; w co drugiej kolumnie będą wyłącznie liczby parzyste

dla liczby 5:

a	b	c	d	e
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20 ... w kolumnie e występują wyłącznie liczby podzielne przez 5

dla liczby 6: rozkład na rysunku 2

dla liczby 7:

a	b	c	d	e	f	g
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42... w kolumnie g występują wyłącznie liczby podzielne przez 7

Podobne postępowanie przyjęto w stosunku do pozostałych podziałów. Wyniki takiej procedury przedstawione są w tabeli 1.

Tab. 1. Ilość koniecznych działań sprawdzających pierwszość liczb w danym przedziale w zależności od przyjętej podstawy podziału zbioru liczb naturalnych

Podstawa podziału	Ilość liczb w przedziale, które na pewno nie są pierwsze	Ilość liczb pozostałych do sprawdzenia
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
4	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

5	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$
6	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3} - \frac{10}{30}$
7	$\frac{1}{7}$	$\frac{6}{7}$
8	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
9	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
10	$\frac{6}{10}$	$\frac{4}{10} - \frac{12}{30}$
11	$\frac{1}{11}$	$\frac{10}{11}$

Jak łatwo zauważyć podział zbioru liczb naturalnych, który jest najbardziej efektywny w poszukiwaniu liczb pierwszych, czyli eliminuje największą niepotrzebnych działań, to właśnie układ zaproponowany na rysunku 2.

Hipoteza 1

Zachodzi przypuszczenie, że podziały zbioru liczby naturalnych mające istotne znaczenie w ograniczaniu liczby sprawdzają to te, których podstawy są iloczynami kolejnych liczb pierwszych w pierwszych potęgach.

Na przykład przy podstawach :

- 2^1
- $2^1 \cdot 3^1 = 6$
- $2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1 = 30$
- $2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1 = 210$ itd.

Zwiększenie potęgi, do której podnoszone są czynniki podstawy podziału nie skutkuje ograniczeniem liczby sprawdzeń.

Wydaje się jednak, że z kolei zbyt duże podstawy wymagają coraz bardziej skomplikowanego licznika skoku w algorytmie i większej ilości warunków do sprawdzania. Zagadnienie to być może zasługuje na osobne badanie.

Charakterystyka poszczególnych podzbiorów

Po analizie poszczególnych podzbiorów liczb naturalnych powstałych z jego podziału na 6 (przyjęta podstawa), okazało się, że różnią się one, jeśli chodzi o cechy zawartych w nich liczb.

Podzbiór liczb typu $6n$ $n = 1, 2, 3, \dots$ (11)

Do tego podzbioru trafiają wszystkie liczby, które w rozkładzie na czynniki zawierają co najmniej jedną liczbę 2 i co najmniej jedną liczbę 3. Liczby tego typu po pomnożeniu przez dowolną liczbę również w wyniku dadzą liczbę typu $6n$.

Mają one tę ciekawą własność, że liczba $6n$ jest sumą liczb $6n - 1$ i $6n + 1$.

$$6n = (6n - 1) + (6n + 1) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

Na przykład:

$$12 = 5 + 7 \text{ bo}$$

$$12 = 6 \cdot 2$$

$$5 = 6 \cdot 1 - 1$$

$$7 = 6 \cdot 1 + 1$$

$\blacksquare$ - n lub numer poziomu (kolejnego kręgu na rysunku 2).

Ponadto liczba typu $6n$ jest również średnią liczb $6n - 1$ i $6n + 1$

$$6n = \frac{(6n-1) + (6n+1)}{2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

W powyższym przykładzie:

$$11 = 6 \cdot 2 - 1$$

$$13 = 6 \cdot 2 + 1$$

$$12 = (11 + 13) : 2.$$

Podzbiór liczb typu $6n + 2$ $n = 1, 2, 3, \dots$ (14)

Cechą charakteryzującą liczby z tego podzbioru jest fakt, że przy rozkładzie na czynniki pierwsze muszą zawierać przynajmniej jeden czynnik równy 2 i nie mogą zawierać ani jednego czynnika wynoszącego 3. Są to więc liczby podzielne przez 2 i nie podzielne przez 3.

Co ciekawe wszystkie nieparzyste potęgi liczby 2, czyli liczby o wzorze:

$$2^{2n-1} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

będą występowały wyłącznie w tym podzbiorze.

Innym ciekawym spostrzeżeniem jest fakt, iż wszystkie liczby będące wynikiem mnożenia liczby typu $6n + 1$ przez 2 znajdują się tylko i wyłącznie w tym podzbiorze.

$$2 \cdot (6n + 1) = 6k + 2$$

Podzbiór liczb typu $6n + 3$ $n = 1, 2, 3, \dots$ (16)

W przeciwieństwie do poprzednio opisanego podzbioru liczby tu występujące muszą zawierać przynajmniej jeden czynnik wynoszący 3 i ani jednego czynnika równego 2.

Liczba trójek w rozkładzie nie ma tu znaczenia.

Wszystkie potęgi liczby 3 oczywiście nie mogą trafić nigdzie indziej.

Innym sposobem zapisu właściwości tego podzbioru jest wzór:

$$3n \quad \text{dla } n = 1, 2, 3, \dots \quad (17)$$

$$\text{lub } 3(2n - 1) \quad \text{dla } n = 1, 3, 5, \dots \quad (18)$$

$$\text{Podzbiór liczb typu } 6n + 4 \text{ lub } 6n - 2 \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (19)$$

Podobnie jak w przypadku podzbioru liczb typu $6n + 2$ liczby tego typu przy rozkładzie na czynniki pierwsze muszą zawierać przynajmniej jeden czynnik równy 2 i nie mogą zawierać ani jednego czynnika wynoszącego 3.

Cechą wyróżniającą ten zbiór jest niewątpliwie to, że występują w nim parzyste potęgi liczby 2, których nie ma w innych podzbiórach.

Chodzi o liczby o wzorze:

$$2^{2n} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (20)$$

Analogicznie do zbioru $6n + 1$, wszystkie liczby będące wynikiem mnożenia liczby typu $6n - 1$ przez 2 znajdują się tylko i wyłącznie w tym podzbiórze.

$$2 \cdot (6n - 1) = 12n - 2 = 6z + 4.$$

Wymienione dotąd podzbiory nie zawierają liczb potencjalnie pierwszych. Jedynymi liczbami pierwszymi, które się w nich znajdują są liczba 2 (znajdująca się w tej samej gałęzi co liczby typu $6n + 2$ na rysunku 2) oraz liczba 3 (znajdująca się w gałęzi z liczbami typu $3(2n \pm 1)$).

Podzbiory liczb potencjalnie pierwszych.

$$\text{Podzbiór liczb typu } 6n + 1 \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (21)$$

Liczby należące do tego zbioru rozpoczynają się od liczby 7, a każda następna jest o 6 większa od swego poprzednika. Są to:

$$7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49, 55, 61, 67, 73, 79, 85, 91, 97, 103, \dots$$

Podzbiór liczb typu $6n + 1$ stanowią:

- liczby pierwsze
- parzyste potęgi wszystkich liczb potencjalnie pierwszych
- liczby postaci $(6n + 1)(6k + 1) \quad \text{dla } n \neq k \quad (22)$
- liczby postaci $(6n - 1)(6k - 1) \quad \text{dla } n \neq k \quad (23)$

Można to dość łatwo udowodnić.

np.: w przypadku nieparzystej potęgi liczby typu $6n - 1$ mamy:

$$(6n - 1)(6n - 1)(6n - 1) = [36n^2 - 12n + 1](6n - 1) = [6(6n^2 - 2n) + 1](6n - 1) = (6k + 1)(6n - 1)$$

co można dalej rozwinąć:

$$(6k + 1)(6n - 1) = 36kn - 6k + 6n - 1 = 6[6kn - k + n] - 1 = 6z - 1.$$

Parzyste potęgi liczby $6n + 1$ sprowadzić można do postaci:

$$(6n + 1)(6n + 1) = 36n^2 + 12n + 1 = 6(6n^2 + 2n) + 1 = 6z + 1.$$

Podobnie z parzystymi potęgami liczb typu $6n - 1$:

$$(6n - 1)(6n - 1) = 36n^2 - 12n + 1 = 6(6n^2 - 2n) + 1 = 6z + 1.$$

Dowody dla liczb postaci $(6n + 1)(6k + 1)$ i $(6n - 1)(6k - 1)$ przebiegają analogicznie.

Podzbiór liczb typu $6n - 1$ $n = 1, 2, 3, \dots$ (22)

Liczyby należące do tego zbioru rozpoczynają się od liczby 5, a każda następna jest o 6 większa od swego poprzednika. Są to:

5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, 65, 71, 77, 83, 89, 95, 101...

Podzbiór liczb typu $6n - 1$ zawiera:

- liczby pierwsze
- nieparzyste potęgi liczb typu $6n - 1$ oraz
- liczby postaci $(6n + 1)(6k - 1)$. (jw)

Powyższe rozważania prowadzą do wniosku, że w podzbiorze typu $6n + 1$ częściej napotkać można liczby złożone. Tak więc wśród liczb o postaci $6n - 1$ prawdopodobieństwo pojawienia się liczby pierwszej jest większe niż wśród liczb o typie $6n + 1$.

Wybrane twierdzenia, hipotezy i wzory dotyczące liczb pierwszych w świetle przyjętego podziału

Przyjęta podstawa teoretyczna pozwala na sformułowanie pewnych wniosków i spostrzeżeń dotyczących wzorów i hipotez opisanych w części pierwszej pracy.

Liczyby pierwsze Sophie Germain

Według definicji numer 5 liczbę pierwszą p nazywamy **liczbą pierwszą Sophie Germain**, jeżeli również liczba $2p + 1$ jest pierwsza.

Po analizie okazało się, że wszystkie liczby pierwsze Sophie Germain należą do podzbioru liczb typu $6n - 1$.

Dowód

Dla liczb pierwszych p typu $6n + 1$:

$2(6n + 1) + 1 = 12n + 2 + 1 = 12n + 3 = 6z + 3$, a więc liczba $2p + 1$ nie może być liczbą pierwszą.

Dla liczb pierwszych p typu $6n - 1$:

$2(6n - 1) + 1 = 12n - 2 + 1 = 12n - 1 = 6z - 1$ cnd.

Wzór Sophie Germain pozwala więc na poszukiwanie liczb pierwszych w najbardziej prawdopodobnym podzbiorze, lecz pomija liczby pierwsze typu $6n + 1$.

Liczyby pierwsze Mersenne'a – są to liczby pierwsze o postaci:

$2^n - 1$, gdzie n jest nieujemną liczbą całkowitą,

Już Mersenne zauważył, że liczby określone powyższym wzorem mogą być pierwsze tylko wtedy, gdy n jest liczbą pierwszą.

Oczywiście jest to słuszne z uwagi na to, że:

liczby 2^{2n} jak określa wzór numer 20 należą do podzbioru liczb typu $6n + 4$, więc $2^{2n} - 1$ będzie typem liczby $(6n + 4) - 1$ czyli $6n + 3$. Jak wiemy liczby te nie są pierwsze, gdyż dzielą się przez 3.

Liczba o podanym przez Mersenne'a wzorze ma szansę na bycie pierwszą, jeśli n jest nieparzyste, a skoro tak to $2^{2n-1} - 1$ będzie typem liczby $(6n + 2) - 1$ czyli $6n + 1$. Wzór Mersenne'a pomija więc podzbiór, w którym liczby pierwsze są liczniejsze.

Liczby pierwsze Fermata określone wzorem :

$$\text{dla } n = 1, 2, 3, \dots$$

to podobnie do liczb Sophie Germain przedstawiciele typu $6n - 1$, gdyż 2^n zawsze w wyniku da liczbę parzystą. Z kolei 2^{2k} to liczby typu $6n + 4$, więc F_n będą miały wzór $6n + 5$ czyli $6k - 1$ gdzie $k = n + 1$.

Wykładniczy charakter liczb Fermata sprawia, że pomija on znacznie więcej liczb pierwszych z grupy $6n - 1$ niż wzór Sophie Germain. Nie uwzględnia on także liczb typu $6n + 1$.

Hipoteza Goldbacha

W wersji sformułowanej przez Eulera hipoteza ta mówi, że każda liczba naturalna parzysta większa od 2 jest sumą dwóch liczb pierwszych.

Oczywiście, aby liczba była parzysta, musi być sumą albo dwu liczb parzystych, albo dwu nieparzystych. Jediną liczbą pierwszą parzystą jest liczba 2, więc jedyną liczbą parzystą, która jest sumą dwu liczb pierwszych parzystych jest liczba 4. Pozostałe liczby parzyste będące sumą dwu liczb pierwszych muszą się składać z liczb nieparzystych.

Hipoteza Goldbacha jest prawdziwa dla liczb większych od 3 a mniejszych od 20: $4 = 2 + 2$, $6 = 3 + 3$, $8 = 3 + 5$, $10 = 3 + 7 = 5 + 5$, $12 = 5 + 7$, $14 = 7 + 7 = 3 + 11$, $16 = 5 + 11 = 3 + 13$, $18 = 5 + 13 = 7 + 11$, $20 = 3 + 17 = 7 + 13 \dots$

Do dalszej analizy konieczne jest przyjęcie terminu poziom liczby.

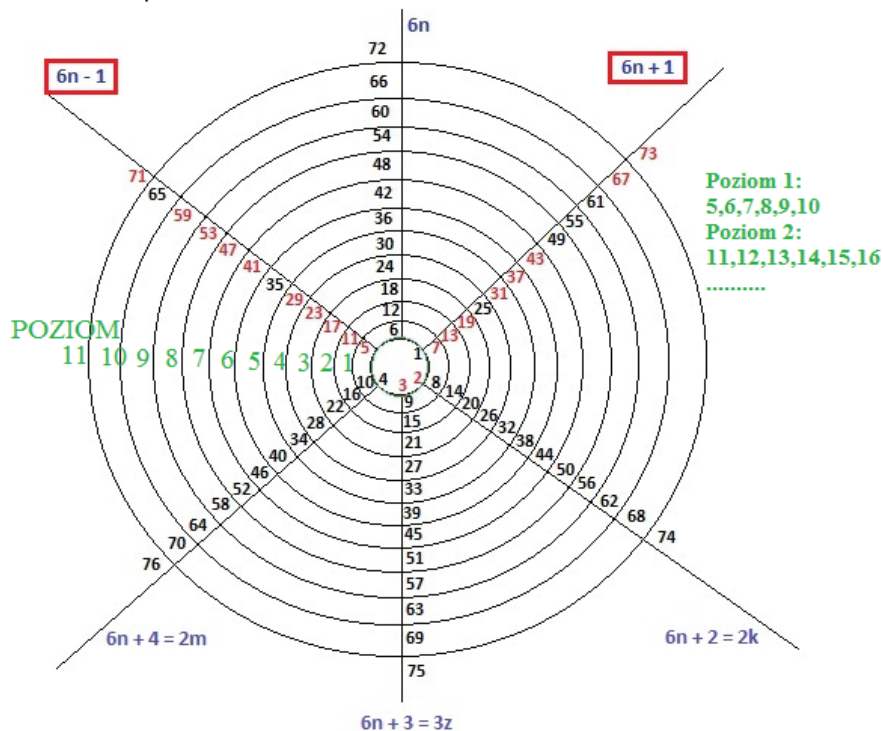
Definicja 13

Poziomem n liczby potencjalnie pierwszej nazywamy liczbę naturalną większą od zera będącą elementem wzoru określającego liczby potencjalnie pierwsze.

$$(6n \pm 1)$$

Analogicznie poziomem liczb pozostałych nazywamy również n w odpowiednich wzorach dla danego podzbioru.

Rys. 4. Poziomy liczb



Analiza liczb parzystych większych od 4.

Podzbiór liczb typu $6n$

Liczby należące do tego podzbioru mogą być sumą:

- liczby typu $6n - 1$ i $6n + 1$, gdyż $6n - 1 + 6n + 1 = 12n = 6z$ przy czym $z = 2n$, czyli dwie różne liczby potencjalnie pierwsze z tego samego poziomu zsumowane dają liczbę o numerze poziomu dwa razy większym; równocześnie $(6n - 1) + (6k + 1) = 6(n + k) = 6z$
- w szczególnym przypadku dla liczby $6 = 3 + 3$.

Pozostałe zestawienia dotyczą liczb, które nie są równe 2, 3 ani nie są potencjalnie pierwsze.

Aby dana liczba typu $6n$ została rozłożona na sumę dwu liczb potencjalnie pierwszych, jej numer poziomu musi również być sumą poziomów liczb potencjalnie pierwszych ją tworzących.

Na przykład:

Tab. 2. Rozkład liczby 30 na sumę dwu liczb potencjalnie pierwszych

Poziom	$6n - 1$	$6n = 30$ poziom 5	$6n + 1$	Suma liczb	Suma poziomów
4	23		25	5 + 25	4 + 1
3	17		19	11 + 19	3 + 2
2	11		13	17 + 13	2 + 3
1	5		7	23 + 7	1 + 4

Tab. 3. Rozkład liczby 42 na sumę dwu liczb potencjalnie pierwszych

Poziom	$6n - 1$	$6n = 42$ poziom 7	$6n + 1$	Suma liczb	Suma poziomów
6	35		37	5 + 37	1 + 6
5	29		31	11 + 31	2 + 5
4	23		25	17 + 25	3 + 4
3	17		19	23 + 19	4 + 3
2	11		13	29 + 13	5 + 2
1	5		7	35 + 7	6 + 1

Tab. 4. Rozkład liczby 60 na sumę dwu liczb potencjalnie pierwszych

Poziom	$6n - 1$	$6n = 60$ $n = 10$	$6n + 1$	Suma liczb	Suma poziomów
9	53		55	5 + 55	1 + 9
8	47		49	11 + 49	2 + 8
7	41		43	17 + 43	3 + 7
6	35		37	23 + 37	4 + 6
5	29		31	29 + 31	5 + 5
4	23		25	35 + 25	6 + 4
3	17		19	41 + 19	7 + 3
2	11		13	47 + 13	8 + 2
1	5		7	53 + 7	9 + 1

Liczba możliwych kombinacji jest jak widać o 1 mniejsza niż numer poziomu liczby rozkładanej na sumę dwu liczb potencjalnie pierwszych.

Oczywiście nie wszystkie z kombinacji będą sumą liczb pierwszych. Jednak w miarę wzrostu wielkości liczby ilość kombinacji stale się zwiększa.

Podzbiór liczb typu $6n + 2$

Należą tu liczby stanowiące sumę:

- dwu liczb typu $6n + 1$, gdyż $(6n + 1) + (6k + 1) = 6(n + k) + 2 = 6z + 2$
- liczby typu $6n - 1$ i liczby 3, bo $(6n - 1) + 3 = 6n + 2$.

W przypadku tych liczb również obowiązuje zasada mówiąca, że poziom rozkładanej na składniki liczby musi być sumą poziomów liczb potencjalnie pierwszych ją tworzących, jednak liczba kombinacji będzie inna, jak pokażą to kolejne zestawienia.

Tab. 5. Rozkład liczby 26 na sumę dwu liczb potencjalnie pierwszych

Poziom	$6n + 1$	$6n + 2 = 26$ ($n=4$)	Suma liczb	Suma poziomów
3	19		19 + 7	1+3
2	13		13 + 13	2+2
1	7			

Tab. 6. Rozkład liczby 56 na sumę dwu liczb potencjalnie pierwszych

Poziom	$6n + 1$	$6n + 2 = 56$ ($n=9$)	Suma liczb	Suma poziomów
8	49		49 + 7	8 + 1
7	43		43 + 13	7 + 2
6	37		37 + 19	6 + 3
5	31		31 + 25	5 + 4
4	25			
3	19			
2	13			
1	7			

Ilość wszystkich możliwych kombinacji dla danej liczby wynosi:

- dla liczby o parzystym numerze poziomu:

$$\frac{n}{2} + 1 \text{ (ilość wynikająca z tabeli i suma liczby } 6n - 1 \text{ i liczby } 3) \quad (23)$$

- dla liczby o nieparzystym numerze poziomu : $\frac{n-1}{2} + 1$ (jw). (24)

Tu również liczba możliwych rozkładów będzie rosła wraz ze wzrostem analizowanej liczby. Proces ten będzie co prawda wolniejszy niż w przypadku liczb typu $6n$, ale systematyczny i nieuchronny.

Podzbiór liczb typu $6n + 4$

Z kolei do tego podzbioru należą liczby stanowiące sumę:

- dwu liczb typu $6n - 1$, gdyż $(6n - 1) + (6k - 1) = 6(n + k) - 2 = 6z - 2 = 6m + 4$

- liczby typu $6n + 1$ i liczby 3, bo $(6n + 1) + 3 = 6n + 4$.

Rozkład liczb tego typu przebiega podobnie do liczb z podzbioru $6n + 2$, jak również ilość kombinacji będzie taka sama.

Jedyną różnicą jest fakt, że suma poziomów liczb potencjalnie pierwszych będących składnikami danej liczby będzie o 1 większa niż poziom danej liczby.

Innym wyjściem byłoby przyjęcie za początkową liczbę dla liczenia poziomów liczby 4 i posługiwanie się dla omawianego podzbioru liczb naturalnych alternatywnym wzorem $6n - 2$.

W tym modelu rozkład liczb w poziomach wygląda następująco:

Tab. 7. Podział liczb naturalnych według poziomu

Liczby podstawowe	1, 2, 3					
Liczby pozostale						
Poziom	6n - 2	6n - 1	6n	6n + 1	6n + 2	6n + 3
1	4	5	6	7	8	9
2	10	11	12	13	14	15
3	16	17	18	19	20	21
4	22	23	24	25	26	27
5	28	29	30	31	32	33
6	34	35	36	37	38	39

To uściślenie wydają się wygodniejsze w użyciu, lecz aby lepiej zrozumieć mechanizm podziału zbioru liczb naturalnych na sześć grup, w pracy jako punkt wyjścia zastosowano rozwiązanie opisane w części teoretycznej.

Można przyjąć definicję określającą liczby podstawowe.

Definicja 14

Liczbami podstawowymi nazywamy liczby 1, 2 i 3.

Wnioski

Jak widać z powyższych rozważań każdą liczbą naturalną parzystą można zapisać w postaci sumy dwu liczb potencjalnie pierwszych.

Wraz ze wzrostem wielkości liczby ilość dostępnych kombinacji systematycznie się zwiększa przy czym rośnie także liczba zestawień składających się wyłącznie z liczb pierwszych.

Czy jednak może zaistnieć taka sytuacja, że jakiejś liczby parzystej nie da się przedstawić w postaci sumy dwu liczb pierwszych.

Taka sytuacja mogłaby zaistnieć w dwu wypadkach:

1. w zbiorze liczb $(\frac{1}{2}n, n)$ nie byłoby żadnej liczby pierwszej, co jest sprzeczne z twierdzeniem o nieskończoności zbioru liczb pierwszych i gęstości ich rozkładu
2. lub w zbiorze tym byłyby co prawda liczby pierwsze, ale tworzące z nimi pary liczb potencjalnie pierwszych mieszczące się w zbiorze liczb $(2, \frac{1}{2}n)$ nie byłyby pierwsze. Sytuacja taka wydaje się mało prawdopodobna z uwagi na dużą gęstość liczb pierwszych dla mniejszych liczb i dużą liczbę kombinacji dla dużych liczb.

Analiza rozkładu liczb nieparzystych

Podobne rozważania można zastosować w stosunku do liczb nieparzystych.

Jak się okazuje:

- liczby typu $6n + 3$ mogą stanowić sumę dwu liczb pierwszych jedynie w wypadku, gdy składająca się na nie liczba pierwsza będzie postaci $6n + 1$, a drugim składnikiem będzie liczba 2
- liczby postaci $6n + 1$ mogą stanowić sumę dwu liczb pierwszych, jeżeli składać się będą z liczby pierwszej o postaci $6n - 1$ i liczby 2
- natomiast liczb postaci $6n - 1$ większych od 5 ($5 = 2 + 3$) nie da się przedstawić w postaci sumy dwu liczb pierwszych.

Uwaga do hipotezy Riemann'a

Jeśli udowodniłoby się hipotezę Riemann'a dla liczb potencjalnie pierwszych, to zasadnym wydaje się stwierdzenie, że byłaby ona udowodniona tym samym także dla liczb pierwszych stanowiących podzbiór zbioru liczb potencjalnie pierwszych.

Liczy pierwsze bliźniacze to rzecz jasna dwie liczby pierwsze o tym samym poziomie, czyli $6n - 1$ i $6n + 1$ dla tego samego n .

Analogicznie **liczy pierwsze czworacze** to cztery liczby pierwsze z dwu sąsiednich poziomów.

Górna granica działań sprawdzających pierwszość liczby

Ponieważ każda liczba złożona jest iloczynem co najmniej dwu liczb pierwszych, to za górną granicę serii dzielen danej liczby przez kolejne znane liczby pierwsze pobierane z ich bazy (tablicy) lub kolejne liczby naturalne (w przypadku, gdy nie dysponujemy odpowiednią kolekcją liczb pierwszych) jest $\sqrt{n}$. Dzieje się tak gdyż dążymy do określenia najbardziej zbliżonych do siebie liczb pierwszych. Do tej granicy prowadzimy kolejne dzielenia. Nie ma konieczności sprawdzania podzielności przez liczby większe od tej granicy, gdyż są one wynikiem dzielenia przez liczby mniejsze.

Dla liczb naturalnych mniejszych od 100 wystarczy więc sprawdzić czy są one podzielne przez 2, 3, 5 i 7 lub sprawdzić czy są potencjalnie pierwsze i zweryfikować ich podzielność przez 5 oraz 7, aby jednoznacznie określić ich przynależność do grupy liczb pierwszych.

Wyznaczanie kolejnych liczb z danego zakresu przeznaczonych do sprawdzenia

Przy przeszukiwaniu danego zakresu liczb naturalnych mającym na celu dokładne i nieomyłne wskazanie wszystkich liczb pierwszych tam występujących, na przykład przy sporządzaniu zaufanych baz liczb pierwszych, można uniknąć żmudnego i czasochłonnego sprawdzania wszystkich liczb z podanego zakresu. Zastosowanie wzorów na liczby potencjalnie pierwsze umożliwia ograniczenie liczby dokonywanych sprawdzeń i precyzyjny wybór wyłącznie liczb potencjalnie pierwszych.

Algorytm polegałby tu na kolejnym sprawdzaniu liczb poczynając od dolnej granicy podanego zakresu do tylko do momentu znalezienia najmniejszej liczby potencjalnie pierwszej z danego zbioru i określeniu jej typu, a następnie w zależności od tego typu, po sprawdzeniu jej pierwszości, wybór następnej liczby przeznaczonej do sprawdzenia dokonywałby się przez skok o 2 a następnie o 4 lub o 4 a następnie o 2. W ten sposób na pomijanych liczbach nie trzeba by wykonywać żadnych działań.

np. Jeśli najmniejszą sprawdzoną liczbą potencjalnie pierwszą z podanego zakresu jest liczba typu $6n - 1$, to do kolejnego sprawdzenia należy wybrać liczbę o 2 większą a następnie o 4 większą i znowu o 2 większą itd.

Z kolei jeśli najmniejszą liczbą jest liczba typu $6n + 1$, to do kolejnego sprawdzenia należy wybrać liczbę o 4 większą a następnie o 2 potem o 4 itd.

Powyższa procedura pozwala ograniczyć do 1/3 obszar przeszukiwań bez konieczności wykonywania żadnych działań w pozostałym obszarze.

Propozycje algorytmów

W niniejszym rozdziale zaprezentowane zostaną propozycje dwu algorytmów. Pierwszy z nich służący do sprawdzenia czy dana liczba naturalna jest liczbą pierwszą. Drugi natomiast to propozycja algorytmu przeszukującego dany zakres liczb pod kątem wyszukania liczb pierwszych.

Algorytm rozstrzygający o pierwszości liczby

- Krok 1 – pobranie liczby od użytkownika
- Krok 2 – dla liczb mniejszych od 5 wypisanie odpowiednich komunikatów

- Krok 3 – dla liczb z zakresu od 5 do 99 włącznie sprawdzenie czy liczba jest potencjalnie pierwsza, a następnie sprawdzenie czy jest podzielna przez 5 i przez 7
- Krok 4 – w przypadku liczb większych od 99 sprawdzenie czy liczba jest potencjalnie pierwsza, jeśli tak to
- Krok 5 – obliczenie pierwiastka kwadratowego z danej liczby
- Krok 6 – sprawdzenie czy obliczony pierwiastek jest liczbą całkowitą, jeśli nie to
- Krok 7 – w pętli rozpoczynającej się od liczby 5 do liczby mniejszej od pierwiastka z n sprawdzenie podzielności przez kolejne liczby potencjalnie pierwsze (wykorzystuje się tu skok licznika o 6).
- Krok 8 – analogiczną pętlę należy wykonać rozpoczynając od liczby 7

Algorytm zostaje przerwany przy pierwszym wyniku świadczącym o złożoności liczby lub po wykonaniu wszystkich kroków kończy się komunikatem mówiącym, że badana liczba jest liczbą pierwszą.

Algorytm daje nam całkowitą pewność, co do tego, czy dana liczba jest pierwsza.

Jego złożoność obliczeniowa wynosi $1/3\sqrt{n}$.

Algorytm przeszukujący podany zakres liczb

- Krok 1 – pobranie liczb określających granice obszaru przeszukiwań
- Krok 2 – dla obszaru rozpoczynającego się od 0 wypisanie początkowych liczb 2,3, 5,7
- Krok 3 – począwszy od n równego 7 do 99 dodać należy do n 4 i sprawdzić podzielność tak uzyskanej liczby przez 5 i przez 7 oraz jeśli jest ona pierwsza to podać odpowiedni komunikatem
- Krok 4 – następnie zwiększa się liczbę o 2 i przeprowadza jej weryfikację zakończoną wypisaniem liczby
- Krok 5 – pętla kończy się wraz z osiągnięciem liczby 100 lub górnej granicy przeszukiwanego obszaru jeśli jest ona mniejsza
- Krok 6 – począwszy od 100 sprawdza się kolejno czy liczba jest potencjalnie pierwsza aż do znalezienia najmniejszej liczby potencjalnie pierwszej i od niej wybiera się już tylko liczby potencjalnie pierwsze, które
- Krok 7 – sprawdza się według kroków 5, 6, 7, 8 algorytmu sprawdzającego czy liczba jest pierwsza.

Algorytm powyższy pozwala zawęzić obszar całkowicie pewnych poszukiwań liczb pierwszych do $1/3$ przy równoczesnym zastosowaniu efektywniejszego mechanizmu sprawdzającego czy dana liczba jest pierwsza.

Zastosowanie proponowanych algorytmów

Wykorzystanie omówionych algorytmów wydaje się szczególnie zasadne przy tworzeniu zaufanych baz liczb pierwszych w danym zakresie. Cechuje je stu pro-

centowa pewność metody klasycznej przy znacznym wzroście szybkości wykonywania algorytmu bez dodatkowego obciążania pamięci komputera.

Bibliografia

- [1] Bronsztejn I.N., Siemiendiajew K.A., Musiol G., Mühlig H., *Nowoczesne kompendium matematyki* Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2013.
- [2] Donten-Bury M., *Złożony problem liczb pierwszych*, http://www.deltami.edu.pl/temat/matematyka/teoria_liczb/2012/03/27/Zlozony_problem_liczb_pierwszych/ – odwiedzono 06.10.2016.
- [3] Empacher A.B., Sęp Z., Żakowska A., Żakowski W., *Mały Słownik Matematyczny*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1975.
- [4] *Encyklopedia Powszechna PWN*, t. 1, Warszawa 1976.
- [5] Filist L. i in., *Słownik matematyczny*, Wydawnictwo Europa, Wrocław 2005.
- [6] GIMPS <http://www.mersenne.org/primes/?press=M74207281> – odwiedzono 08.10.2016.
- [7] Goldbach Ch., *Przedruk listu Goldbacha do Eulera z dnia 7 czerwca 1742*, <http://eulerarchive.maa.org/correspondence/letters/OO0765.pdf> – odwiedzono 10.10.2016.
- [8] Iłowiecki M., *Dzieje nauki polskiej*, Interpress, Warszawa 1981.
- [9] Joyce's D. website at Clark University <http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/elements/bookIX/propIX20.html> – odwiedzono 05.10.2016.
- [10] Koszelew S., *Matematyka w pigułce z tablicami*, Agencja Benkowski, Białystok 1996.
- [11] Krywicki W., *Poczet wielkich matematyków*, Nasza Księgarnia, Warszawa 1975.
- [12] *Liczby pierwsze Mersenne'a i Fermata* http://www.ftj.agh.edu.pl/~lenda/number_theory/A1F.pdf – odwiedzono 27.12.2016.
- [13] Nowicki J.P., *Wprowadzenia do liczb pierwszych*, <http://www.liczbypierwsze.com/index.php> – odwiedzono 25.11.2016.
- [14] Osikowski P., *Zobaczyć liczby pierwsze*, http://zobaczycmatematyke.pl/2015/3_pawel_osikowski/rodzaje.html – odwiedzono 27.12.2016.
- [15] <http://www.primegrid.com/> – odwiedzono 28.12.1016.
- [16] <http://primes.utm.edu/largest.html> – odwiedzono 27.12.2016.
- [17] Projekt badawczy „Księgi Euklidesa” pod patronatem Oddziału Krakowskiego Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki oraz Grupy Roboczej SNM „Geometria CABRI” euklides_pl.republika.pl – odwiedzono 05.10.2016.

- [18] Ribenboim P., *Mała Księga wielkich liczb pierwszych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1997.
- [19] Sierpiński W., *Arytmetyka teoretyczna*, wyd. 2, PWN, Warszawa 1959.
- [20] Sierpiński W., *Teoria liczb*, wyd. trzecie, Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego, Warszawa – Wrocław 1950.
- [21] Sznirelman L. G., *Liczby pierwsze*, PWN, Warszawa 1954.
- [22] Szkibiel G., *Arytmetyka Modularna*, <http://wmf.univ.szczecin.pl/~szkibiel/arytm/11lpsp.pdf> – odwiedzono 27.12.2016.
- [23] http://www.szkolnictwo.pl/szukaj,Liczba_pierwsza#Liczby_pierwsze_izolowane – odwiedzono 27.12.2016.
- [24] LeVeque W. J., *Fundamentals of Number Theory*, Dover Publications 1996
- [25] Yates S., *Collecting gigantic and titanic primes*, J.Recreational Math, 24:3 (1992), s 193–202.
- [26] Yates S., *Sophie Germain primes*, w: *The Mathematical Heritage of C. F. Gauss*, pod red. G.M. Rassias, World Scientific, 1991, s. 882–886.
- [27] Yates S., *Titanic primes*, J.Recreational Math, 16:4 (1983–1984), s. 250–256.

Michał MAJ

Wyższa Szkoła Ekonomii i Innowacji w Lublinie

ZARZĄDZANIE PAMIĘCIĄ W TECHNOLOGII CUDA

MANAGEMENT COMPUTER MEMORY IN CUDA TECHNOLOGY

Streszczenie

Standard CUDA i jego rozszerzenie dla języka C zostały stworzone przez firmę nVidia. Technologia ta pozwala programistom na korzystanie z mocy kart graficznych wspomnianego producenta do wykonywania obliczeń ogólnego przeznaczenia. GPU pozwala na wykonywanie olbrzymiej ilości obliczeń w tym samym czasie, natomiast język programowania daje swobodę w zarządzaniu zasobami.

Summary

CUDA technology and its expansion for the C language have been created by nVidia. The technology let the programmers use of efficiency of nVidia's graphic cards to general-purpose computing on graphics processing units computing. GPU is allowing making a lot of computing in the same time, while the programming language allows free usage of resources.

Słowa kluczowe: standard CUDA, karta graficzna nVidia

Keywords: CUDA technology, nVidia's graphic cards

Wprowadzenie

Integralną częścią architektury CUDA (ang. Compute Unified Device Architecture) stworzonej przez firmę nVidia jest język CUDA C, który powstał jako rozszerzenie języka C. W skład środowiska programistycznego wchodzi kompilator nvcc, debugger cuda-gdb oraz profiler. Kompilator odpowiada za tłumaczenie kodu źródłowego na język maszynowy. Debugger stanowiący rozszerzenie dla gdb pozwala na śledzenie kodu wykonywanego na GPU i CPU. Natomiast profiler analizuje i bada zachowanie programu podczas jego wykonywania. Dwa pierwsze wydania środowiska wspierały jedynie język C, od wersji 3.0 dodano możliwość korzystania z C++. Wraz z wymienioną wersją CUDA wprowadzono również kompilator C++, oznacza to, że część napisach aplikacji w C, może nie zostać skompilowana. Przykładem może być korzystanie z prototypów funkcji. W C brak argumentów w nawiasach funkcji oznacza rezygnację z prototypowania. W analogicznej sytuacji w C++ funkcja nie przyjmie żadnych argumentów. Oznacza, to że: `int mojaFunkcja();` jest równoważna z funkcją `int mojaFunkcja(void);`. Kod napisany w poniższym stylu jest akceptowalny w starszych kompilatorach C:

```
int moja mojaFunkcja();
int main()
{
    ...
    mojaFunkcja(x, y);
    ...
}
mojaFunkcja(int a, int b)
{
    ...
}
```

Jednak, spowoduje błąd kompilacji w kompilatorze nvcc i zwróci błąd deklaracji funkcji `mojaFunkcja()`. Spowodowane jest to możliwością zadeklarowania w C++ kilku funkcji o tej samej nazwie, ale różnych argumentach.

Jak już wcześniej wspomniano częścią architektury CUDA jest język CUDA C, opiera się on na stworzonym w latach 70. XX wieku języku C¹. Został stworzony on przez Dennisa Ritchiego jako wieloparadygmataowy język wyższego poziomu. W przeciwieństwie do assemblera, opartego na bezpośrednich operacjach na rejestrach procesora, w języku C programuje się za pomocą instrukcji. C jest językiem strukturalnym i imperatywnym². Programowanie imperatywne opisuje

¹ B. Kernighan, D. Ritchie, *Język C*, Wydawnictwo Naukowo Techniczne, Warszawa 1988, passim.

² Tamże

proces podczas, którego wykonywana jest sekwencja instrukcji, które zmieniają stan programu. Natomiast programowanie strukturalne dzieli kod źródłowy programu na procedury i bloki. Wykorzystuje się struktury takie jak pętle i instrukcje wyboru³. W 1983 roku dzięki Bjarne Stroustrupowi, duńskiemu informatykowi, został zaprojektowany język C++, stał się rozszerzeniem dla języka C – zachowano zgodność na poziomie kodu źródłowego⁴. Do funkcjonalności dołączono obiektowe mechanizmy abstrakcji oraz statyczną kontrolę typów. Najważniejszy okazał się nowy paradygmat – programowanie obiektowe. Programy są definiowane przy pomocy obiektów – elementów, które łączą stan z zachowaniem. Firma nVidia początkowo dla swojej technologii pozwalała na wykorzystywanie możliwości języka C. Od wersji szóstej narzędzie CUDA Toolkit umożliwia korzystanie z C++ wraz z szablonami. Aktualizacja do wersji 7.0 daje nam możliwość kompilowania programów, które korzystają ze zmian wprowadzonych w C++11⁵.

Hierarchia pamięci

Na kartach graficznych firmy nVidia, wykorzystujących technologię CUDA, możemy określić hierarchię pamięci⁶. Hierarchia pamięci została przedstawiona na rysunku 9. Najwyższy szczebel w hierarchii pamięci zajmują Rejestry (ang. *Registers*). Są najszybszą dostępną pamięcią, podzieloną na niewielkich rozmiarów komórki, między 4 a 256 bitów. Ich przepustowość wynosi około 8 000 GB/s. Umieszczone są wewnątrz procesora i służą do tymczasowego przechowywania wyników obliczeń, adresów lokacji itd. Dostępne są bez żadnych opóźnień w każdym cyklu zegara. W rejestrach wątki nie mogą być dzielone z innymi wątkami.

Niżej w hierarchii znajduje się pamięć dzielona (ang. *Shared memory*). Pod względem czasu dostępu porównywana jest z pamięcią podręczną CPU L1. Z pamięci dzielonej może jednocześnie korzystać wiele programów, umożliwiając komunikację między nimi. W technologii CUDA pamięć wspólna jest dzielona między wszystkimi wątkami w danym bloku.

Pamięć globalna (ang. *Global memory*) w technologii CUDA jest to pamięć, która znajduje się na urządzeniu. Dzięki technologii jaką zastosowała firma nVidia czas dostępu pomiędzy procesorem karty graficznej a pamięcią globalną jest

³ Tamże

⁴ Bjarne Stroustrup urodził się w 1950 roku. Stopień doktora z informatyki uzyskał na Uniwersytecie w Cambridge. Jest twórcą języka C++. Popularne, także w Polsce, są jego publikacje: B. Stroustrup, *Język C++. Kompendium wiedzy*, tłum. Ł. Piwko, Gliwice, 2014; tenże, *A Tour of C++*, Addison-Wesley 2014; tenże, *Programming. Principles and Practice Using C++*, Addison-Wesley, 2014; tenże, *The C++ Programming Language: [C++11]*, Addison-Wesley, 2014.

⁵ Jest to nazwa standardu języka C++, Open Standards, www.open-std.org/jtc1/sc22/wg21/.

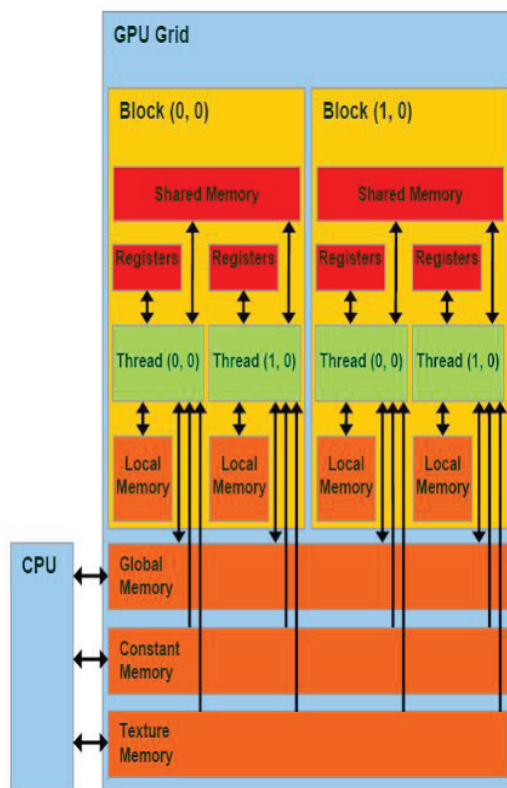
⁶ P. Danilewski, *CUDA Memory Hierarchy*, october 2012, https://graphics.cg.uni-saarland.de/fileadmin/cguds/courses/ss14/pp_cuda/slides/02_-_CUDA_Memory_Hierarchy.pdf, inf. z dnia 25 sierpnia 2016 roku.

blisko sto razy szybszy niż z pamięcią dzieloną. Wszystkie wątki w kernelu mają dostęp do pamięci globalnej.

Pamięć lokalna (ang. *Local memory*) jest pamięcią wolnego czasu dostępu. Przydzielana jest z pamięci globalnej dla konkretnego wątku. Przechowywane są w niej zmienne, których kompilator nie mógł umieścić w rejestrach. Warunkiem przechowania zmiennej w pamięci lokalnej jest brak deklaracji przed zmienną typu `__device__`, `__shared__` lub `__constant__`.

W skład hierarchii pamięci wchodzi jeszcze pamięć stała (ang. *Constant memory*). Jest to pamięć tylko do odczytu i ma maksymalny rozmiar 64 KB, znajdują się w niej zmienne stałe, oraz argumenty kernela. Oraz pamięć tekstur (ang. *Texture memory*), również jest pamięcią tylko do odczytu, wyspecjalizowaną, służącą do mapowania powierzchni tekstury.

Każdy rdzeń ma możliwość odczytu i zapisu w rejestrze i lokalnej pamięci dla wątku. Może również odczytywać i zapisywać w pamięci dzielonej dla bloku i w pamięci globalnej dla grida. Natomiast w pamięci stałej grida może jedynie odczytywać informacje.



Źródło: CUDA Programming, <http://cuda-programming.blogspot.com>, "What is „Constant Memory” in CUDA| Constant Memory in CUDA", inf. z dnia 7 grudnia 2016 roku.

Rozszerzenie jakie daje nam CUDA C przez bibliotekę `cuda.h`⁷ pozwalają na używanie rozszerzonych funkcji dla języka C/C++. Należą do nich kwalifikatory typów funkcji, dzięki `__device__` deklarujemy funkcję wywołaną i wykonaną na urządzeniu. Używając `__global__`, które może być wywołane z hosta lub urządzenia, deklarujemy funkcję jako kernel zwracającą typ `void`. Natomiast deklarując funkcje, której wywołanie i wykonanie odbędzie się na hoście, używamy `__host__`. W skład rozszerzenia wchodzi także kwalifikatory typów zmiennych, które w zależności od deklaracji będą przechowywane w różnych lokalizacjach w pamięci⁸. Zmienne automatyczne z deklaracją na urządzeniu, bez kwalifikatorów, zostaną przechowane w rejestrach. Ich zakres będzie obejmował wątek, a cykl życia (lifetime) obejmuje czas wykonywania wątku. Podobnie będą

⁷ nVidia, www.nvidia.com, „CUDA Toolkit Documentation”, inf. z dnia 30 sierpnia 2016.

⁸ Tamże

zachowywały się zmienne lokalne tablicowe, z tym wyjątkiem, że zostaną przechowane w pamięci lokalnej. Przykładem takich deklaracji mogą być: `int mojaZmienna` dla zmiennej automatycznej i `int lokalnaTab[5]` dla zmiennej tablicowej. Jeżeli nadamy zmiennej kwalifikator `__shared__` to zostanie jej przydzielona pamięć dzielona dla wątków bloku. Jej lifetime obejmuje czas wykonywanie bloku. Widoczność takiej zmiennej jest ograniczona do danego bloku. Kwalifikator `__constant__` zadeklaruje nam zmienną w pamięci stałej, będzie widoczna dla całego grida i będzie funkcjonowała w pamięci przez cały czas trwania aplikacji. Podobnie będzie dla `__device__` cykl życia zmiennej będzie trwał przez całą aplikację, widoczność również będzie dla całego grida, jedyna różnica to umieszczenie w pamięci – zmienna będzie umieszczona w pamięci globalnej. Dla hosta funkcje i zmienne z kwalifikatorami `__global__` i `__constant__` będą dostępne, uzyskamy dzięki temu możliwość, między innym, do ich kopiowania `cudaMemcpy()`. Natomiast funkcje i zmienne znajdujące się w rejestrze lub mające kwalifikator `__shared__` i `__local__` nie będą dostępne dla hosta.

Ważnym elementem C/C++ jest zmienna wskaźnikowa⁹ (pointer). Podczas definiowanie zmiennych prostych, komputer przechowuje dane o nich w pamięci. W związku z tym program pamięta, w którym miejscu przechowywane są informacje, wartość jaka jest przechowywana i typ zmiennej. Następuje alokacja pamięci i zmiennej przyznawany jest fizyczny adres w pamięci. Wskaźnik, który wskazuje na dane miejsce w pamięci, gdzie znajduje się zmienna nie przechowuje wartości, a jedynie adres fizyczny¹⁰. Pointer jest również używany do programowania w CUDA C. Ograniczeniem nałożonym przez firmę nVidia jest możliwość działania wskaźnika tylko na pamięci globalnej i dzielonej¹¹. Jedyną możliwością, aby otrzymać adres pamięci dla zmiennej typu `__device__` lub `__constant__` jest zastosowanie funkcji `cudaGetSymbolAddress()`. Nie możemy również korzystać z funkcjonalność znanej z języka C, Pointer to Pointer¹². Stosowana jest między innymi podczas tworzenia List¹³ kiedy jeden wskaźnik wskazuje na wartość zmiennej, natomiast drugi pointer będzie zawierał adres pamięci pierwszego. Rysunek 10 obrazuje wygląd Pointer to Pointer.

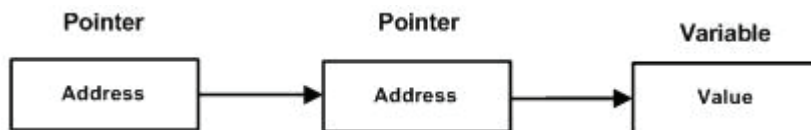
⁹ E. D. Reilly, *Milestones in Computer Science and Information Technology*, Greenwood Press, bmv, 2003, p. 204.

¹⁰ S. Prata, *Język C++ Szkoła programowania*, Helion, bmv, 2013, s. 154

¹¹ nVidia, www.nvidia.com, „CUDA Toolkit Documentation”, inf. z dnia 30 sierpnia 2016.

¹² Zob. Tutorial points, <http://www.tutorialspoint.com>, „C pointer to pointer”, inf. z dnia 28 sierpnia 2016.

¹³ Kontener udostępniany przez bibliotekę STL, zob. Wikibooks, <https://pl.wikibooks.org/wiki/„Listy”>, inf. z dnia 17 sierpnia 2016.



Źródło: TutorialsPoint, www.tutorialspoint.com, C – Pointer to Pointer, inf. z dnia 31 grudnia 2016 roku.

Typowym zastosowaniem wskaźnika podczas tworzenie programów na kartę graficzną jest przekazanie argumentu tablicy do kernela. W kodzie może wyglądać następująco¹⁴:

```
__global__ void funckjaKernels(int *przykładowyWska-  
znik);
```

Ze zmiennej takiego rodzaju, możemy skorzystać, gdy chcemy przechować adres, pobrany od zmiennej¹⁵:

```
int *wskaznik = &zmienna;
```

Programując w CUDA C istnieje możliwość dynamicznego przydziału pamięci. Z języka C użyto funkcji *malloc()* oraz *free()*, natomiast z C++ operatory *new* i *delete*. Narzędzia związane z zarządzaniem pamięcią, znane już z języka C, w CUDA C zyskał przedrostek *cuda* (*cudaMalloc()*, *cudaFree()*). Używając funkcji lub operatorów można zaalokować pamięć na sterce. Rezerwując pamięć należy pamiętać, że nie wolno używać ich zamiennie. Oznacza to, że tworząc zmienną na sterce:

```
float *wsk = new float(8,9);  
    &pom = *wsk;
```

Należy użyć operatora *delete* do jej usunięcia:

```
delete wsk;
```

Podobnie zachowa się stosowanie funkcji *malloc()*, przydziela obszar wolnej pamięci i jej prototyp przyjmuje postać:

```
void* malloc(size_t size);
```

W tym przypadku *size_t* będzie traktowany jako typ całościowy. Funkcja *malloc()* alokuje odpowiednią ilość bajtów pamięci dynamicznej i zwróci wskaźnik typu *void** do początku zarezerwowanego obszaru. Podobnie jak w przypadku operatorów *new* i *delete* nie możemy zwolnić pamięci dynamicznej w inny sposób niż przy użyciu funkcji *free()*.

```
void free(void* ptr);
```

Wspomagającym elementem w zarządzaniu pamięcią w technologii CUDA jest funkcja synchronizująca *__syncthread()*, która odpowiada za komunikację

¹⁴ J. Sanders, E. Kandrot, dz. cyt., s. 36.

¹⁵ Tamże.

między wątkami w bloku. Zapewnia widoczność i ustawia priorytety dostępu do shared memory¹⁶. Ogranicza zagrożenie związane ze zjawiskiem Hazard¹⁷ dla pamięci globalnej. W architekturze komputerowej jednoczesna praca wielu wątków nad tymi samym adresami pamięci może powodować błędy danych zawartych w tych obszarach. Rozróżniamy trzy takie zagrożenia¹⁸. Pierwsza taka sytuacja zachodzi wtedy, gdy wątek próbuje odczytać dane z pamięci jednak nie zostały one obliczone lub wprowadzone jeszcze do pamięci przez inny wątek, oznacza to błąd typu Read after write (RAW). Drugie zagrożenie write after read związane jest z nadpisaniem pamięci przez wątek, zanim wcześniejsze dane zostały odczytane przez inny wątek. Natomiast write after write (WAW) oznacza, że wątek próbował dokonać zapisu, zanim inny wątek nie zakończył swojego. Tutaj właśnie z pomocą przychodzi funkcja synchronizacji¹⁹.

Podsumowanie

Technologia CUDA składa się z dwóch elementów. Pierwszym z nich jest sprzęt, karta graficzna, na której prowadzone są obliczenia graficzne lub obliczenia ogólne. Jest to zaawansowane urządzenie, z możliwości którego należy korzystać, gdy wykonujemy obliczenia równoległe. Drugim elementem technologii firmy nVidia, jest język programowania. Umożliwia on tworzenie programów przeznaczonych do pracy na GPU. W sytuacjach związanych z zagadnieniami matematycznymi i fizycznymi nie wymaga od programisty umiejętności programowania grafiki. Jedynymi wymaganiami jest znajomość języka C i zapoznanie się z dodatkowymi funkcjami dodanymi w CUDA C.

Bibliografia

- [1] Karpinski L., *The History of Arithmetic*, Rand McNally & Company, 1925.
- [2] Kernighan B., Ritchie D., *Język C*, wyd. Naukowo-Techniczne, Warszawa 1988
- [3] Patterson D., Hennessy J., *Computer organization and design: the hardware/software interface*, Elsevier Inc., bmv, 2009.
- [4] Prata S., *Język C++ Szkoła programowania*, wyd. Helion, bmv, 2013.

¹⁶ nVidia, www.nvidia.com, „CUDA Toolkit Documentation”, inf. z dnia 30 sierpnia 2016.

¹⁷ Zob. Hindawi, www.hindawi.com, „Design Example of Useful Memory Latency for Developing a Hazard Preventive Pipeline High-Performance Embedded-Microprocessor”, inf. z dnia 29.07.2014; D. Patterson, J. Hennessy, *Computer Organization and Design*, Morgan Kaufmann Publishers, 2009, pp. 237–253.

¹⁸ J. Cheng, M. Grossman, T. McKercher, *Professional CUDA C Programming*, John Wiley & Son, 2014, pp 460–462.

¹⁹ Tamże.

- [5] Sanders J., Kandrot E., *CUDA w przykładach. Wprowadzenie do ogólnego programowania procesorów GPU*, wyd. Helion, Gliwice 2012.
- [6] Stroustrup B., *A Tour of C++*, Addison-Wesley, b/w, 2014.
- [7] Stroustrup B., *Język C++. Kompendium wiedzy*, tłum. Ł. Piwko, Gliwice 2014.
- [8] Stroustrup B., *Programming. Principles and Practice Using C++*, Addison-Wesley 2014.
- [9] Stroustrup B., *The C++ Programming Language: [C++11]*, Addison-Wesley, 2014.
- [10] Danilewski P., *CUDA Memory Hierarchy*, october 2012, https://graphics.cg.uni-saarland.de/fileadmin/cguds/courses/ss14/pp_cuda/slides/02_-CUDA_Memory_Hierarchy.pdf.

